

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA



Tesis

Diseño de Sistema de Navegación y Guiado para un
Vehículo Aéreo

Por
Lic. Fernando Guerrero Vélez

En opción al grado de Maestría en Ciencias de
Ingeniería Aeronáutica con Orientación en Dinámica de Vuelo

Agosto 2015

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



Diseño de Sistema de Navegación y Guiado
Para un Vehículo Aéreo

por
Lic. Fernando Guerrero Vélez

En opción al grado de
Maestría en Ciencias de Ingeniería Aeronáutica con
Orientación en Dinámica de Vuelo

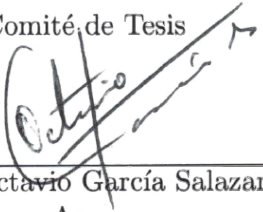
San Nicolás de los Garza, Nuevo León,

Agosto 2015

Universidad Autónoma de Nuevo León
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica
División de Estudios de Posgrado

Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la Tesis "Diseño de Sistema de Navegación y Guiado para un Vehículo Aéreo", realizada por el alumno Lic. Fernando Guerrero Vélez, con número de matrícula 1467565, sea aceptada para su defensa como opción al grado de Maestría en Ciencias de Ingeniería Aeronáutica con especialidad en Dinámica de Vuelo.

El Comité de Tesis



Dr. Octavio García Salazar
Asesor



Dr. Luis Antonio Amézquita Brooks



Dr. Anand Eliazar Sánchez Orta

Vo. Bo.

Dr. Simón Martínez Martínez
División de Estudios de Posgrado

San Nicolás de los Garza, Nuevo León, Agosto 2015

*A mi familia, por todo su apoyo y sacrificios
a lo largo de todos estos años para ayudarme
a llegar hasta aquí y convertirme en lo que soy.*

Índice General

1	Introducción	1
1.1	Antecedentes	1
1.2	Estado del Arte	6
1.3	Objetivos y Contribución	9
2	Ecuaciones de Movimiento y Estabilidad	10
2.1	Sistemas de Referencia	10
2.1.1	Marco de Referencia Inercial (Geódésico)	10
2.1.2	Marco de Referencia del Cuerpo (Body)	11
2.1.3	Marco de Referencia Aerodinámico	12
2.2	Ecuaciones de Movimiento para el VANT	16
2.2.1	VANT: Sistema subactuado	17
2.2.2	Equilibrio de la Aeronave	18
2.3	Análisis de Estabilidad	20
2.3.1	Linealización	20
2.3.2	Compensador	22
2.3.3	Control LQR	25
3	Sistema de Navegación y Plataforma Aerodinámica	28
3.1	Bloques del Sistema GPS	28
3.1.1	Segmento Espacial	29
3.1.2	Segmento de Control	29
3.1.3	Segmento de Usuario	29
3.2	Funcionamiento del Sistema GPS	29
3.2.1	Señal Portadora y Mensaje de Navegación (Protocolo NMEA)	30
3.2.2	Autocorrelación de la Señal	32
3.2.3	Cálculo de las Coordenadas del Receptor	34
3.3	Geoide para diseño del sistema de navegacion	38

3.4	Estimación de la Posición del Vehículo Aéreo	41
3.4.1	Promediador de la Señal GPS	43
4	Aviónica	48
4.1	Aviónica del Mini Vehículo Aéreo	48
4.1.1	Sensores	49
4.1.2	Microntrolador Arduino	49
4.1.3	Módulo GPS U-Blox LEA-5H	50
4.1.4	Central de Medición Inercial	51
4.1.5	Sensor de Velocidad de Viento	51
A	Diseño Aerodinámico de Plataforma Experimental	55
B	Matriz de Rotación	60
C	Fuerzas y Momentos de la Aeronave	63
C.1	Ecuaciones de Cinemática	64
C.2	Posición Angular	66
C.3	Velocidad Angular	66
C.4	Fuerzas y Momentos Generalizados	70
D	Código Para la Obtención de las Coordenadas Geodéticas	74

Lista de Figuras

1.1	Sextante antiguo utilizado para la navegación.	2
1.2	Bote a Control remoto (Torpedo) de Tesla.	2
1.3	Torpedo aéreo no tripulado Curtiss N-9.	3
1.4	Bomba volante o misil de crucero V-1 alemán.	4
1.5	Proceso dinámico de vuelo, donde las computadoras son conec- tadas por medio de los sensores de la aeronave.	5
2.1	Marco de referencia Geodésico o Plano tangente donde la ver- tical es paralela al vector de gravedad apuntando hacia el centro de la tierra.	11
2.2	Marco de referencia en el cuerpo (\mathcal{B}) con respecto a un marco de referencia inercial (\mathcal{I}).	12
2.3	Marco de referencia aerodinámico \mathcal{W}	13
2.4	Variables de Movimiento.	15
2.5	Ejes generalizados en \mathcal{B} en vuelo recto y nivelado.	16
2.6	Estructura del vehículo en la dinámica de aeronaves.	17
2.7	Fuerzas generadas por los actuadores en la aeronave.	18
2.8	Momento de balance.	19
2.9	Respuesta del modo fugoide ante una perturbación.	23
2.10	Respuesta del período corto ante una perturbación.	23
2.11	Diagrama de bode para el modo fugoide.	24
2.12	Diagrama de Bode para el sistema con compensador.	25
2.13	Sistema compensado ante una perturbación.	25
2.14	Entradas de Control: Empuje, flap y elevador.	26
2.15	Estados: w , q y θ	27
2.16	Velocidad lineal u y referencia u_d	27
3.1	TOA para 2 señales simultaneas de GPS.	30
3.2	TOA para 3 señales simultaneas de GPS.	31
3.3	Muestra de un código PRN que se repite con el tiempo.	33

3.4	No hay correlación cuando se el receptor utiliza un código PRN distinto.	33
3.5	Correlación completa entre el PRN del satélite y la réplica del receptor.	33
3.6	Para el cálculo de las coordenadas del receptor, el sistema GPS debe conocer también las coordenadas del satélite. . . .	34
3.7	TOA del mensaje de navegación con error de sincronización del SV respecto al receptor.	36
3.8	Diagrama del modelo de la tierra WGS84.	39
3.9	Cálculo de la altura h respecto a WGS84 y la geoide terrestre. .	40
3.10	Microcontrolador Arduino Nano y módulo GPS Ublox-LEA-5H. .	41
3.11	Aproximación vectorial para estimación del error en posición. .	44
3.12	Puntos GPS obtenidos mediante Arduino para estimación de la posición.	44
3.13	Variación de la posición en X obtenida mediante el GPS. . . .	45
3.14	Variación de la posición en Y obtenida mediante el GPS. . . .	45
3.15	Variación de la posición en Z obtenida mediante el GPS. . . .	46
3.16	Trayectoria 3D relativa a \mathcal{I}	46
4.1	Avionica del vehículo aéreo XB-MIA.	49
4.2	Microcontrolador Arduino Nano.	50
4.3	Módulo GPS U-BLOX LEA-5H.	51
4.4	Central Inercial CH-ROBOTICS.	52
4.5	Sensor de velocidad o tubo Pitot.	52
4.6	Características del Tubo Pitot.	52
A.1	Distribución de Levantamiento y Arrastre a diferentes ángulos de ataque (AoA).	56
A.2	Perfil Goettingen 256.	56
A.3	Configuración con diedro en el centro y en las puntas del ala. .	57
A.4	Diseño final de la aeronave "Braver".	58
A.5	Gráfica Polar de la aeronave "Braver".	59
B.1	Ángulos de Euler como rotación alrededor de $alabeo(\phi)$, $cabeceo(\theta)$ y $guiñada(\psi)$	62
C.1	Ejes convencionales utilizados en la dinámica de aeronaves. . .	64
C.2	Ejes convencionales utilizados en la dinámica de aeronaves. . .	65
C.3	Movimiento del elemento $P(x,y,z)$ referido a \mathbf{B}	68

Lista de Tablas

2.1	Variables de Movimiento.	14
2.2	Variables de Perturbación	14
3.1	Códigos PRN que se repiten con el tiempo.	32
3.2	Mensaje de Navegación obtenido mediante código en Arduino.	42
3.3	Sentencia GPGL: Datos corregidos del Sistema de Posicionamiento Global.	42
3.4	Error en metros para 50 muestras de \mathbf{r} respecto al tiempo.	47
4.1	Arduino Nano ATmega328	50
4.2	Arduino Nano ATmega328	51
A.1	Parámetros Aerodinámicos.	56
A.2	Sustentación teórica del ala a diferentes AoA.	57
A.3	Parámetros de diseño del Empenaje.	58
A.4	Momentos de Inercial del XB-MIA.	59
C.1	Momentos de Inercia.	72

Agradecimientos

Primeramente agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por haberme otorgado la beca de maestría y darme así la oportunidad de continuar mis estudios y preparación profesional.

Quiero agradecer también a la Universidad Autónoma de Nuevo León (UANL), la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica (FIME), y al Centro de Investigación e Innovación en Ingeniería Aeronáutica (CIIIA) por su apoyo en cuanto a instalaciones y planta docente para la realización de este proyecto de tesis.

También estoy agradecido con mis maestros y compañeros quienes me apoyaron a lo largo de estos dos años, especialmente al M.C. Daniel Librado Martínez, al Ing. Martín Alejandro Carrizalez Rodríguez, al Ing. Fabían Basaldúa Robledo y al Lic. Armando Rodulfo Reyes, por su ayuda y enseñanza durante la construcción de la plataforma *XB-MIA*, así como al Ing. Víctor Martínez Herrera por toda la ayuda que me brindó a lo largo de este trabajo de tesis.

Agradezco infinitamente al Dr. Octavio García Salazar, mi asesor de tesis, por el apoyo brindado y por haberme alentado a seguir adelante durante estos dos años de maestría.

También quiero expresar agradecimiento a mis sinodales, el Dr. Luis Amézquita Brooks, quien fue un gran maestro para mi, y al Dr. Anand Sánchez Orta quien me aceptó para realizar mi estancia en el Centro de Investigación y Estudios Avanzados (Cinvestav), lugar donde pude convivir y aprender con compañeros que me brindaron todo su apoyo de manera incondicional.

Por último, agradezco a mi familia, por todos los consejos y el apoyo, así

como por brindarme la motivación para dar un paso más en la búsqueda de mis objetivos.

Resumen

Lic. Fernando Guerrero Vélez.

Candidato para el grado de Maestría en Ingeniería Aeronáutica
con especialidad en Dinámica de Vuelo.

Universidad Autónoma de Nuevo León.

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica.

Título del estudio:

DISEÑO DE SISTEMA DE NAVEGACIÓN Y GUÍADO PARA
UN VEHÍCULO AÉREO

Número de páginas: 79.

Objetivos y método de estudio: Estimar la posición de un Mini Vehículo Aéreo por medio de datos multisensor.

Contribuciones y conclusiones: Se ha presentado el diseño de una plataforma aerodinámica y la estimación de la posición en tiempo real para un vehículo aéreo, el cual puede navegar de manera estable.

Firma del asesor: _____

Dr. Octavio García Salazar

Capítulo 1

Introducción

En este capítulo se estudiará la importancia de la navegación a través de la historia, y como el éxito en el desarrollo de técnicas de navegación ha permitido a los grupos humanos, y en tiempos modernos, a las sociedades, innovar y desarrollar nuevas tecnologías; estas tecnologías han permitido a la humanidad desde llevar a cabo actividades rutinarias como trasladarnos de un punto a otro de la ciudad, hasta realizar tareas en ambientes peligrosos y en condiciones donde el ser humano difícilmente puede acceder.

1.1 Antecedentes

En tiempos antiguos, el éxito de las sociedades dependía casi exclusivamente de la eficiencia en la navegación, ya sea con fines comerciales o militares. Estas culturas desarrollaron los conocimientos para trasladarse y regresar a salvo de un punto a otro con alimentos, mercancías y productos, dejando aquellos logros como un legado para nuestra civilización actual.

Uno de los primeros métodos de navegación fue la navegación estelar, en el cual los viajeros se orientaban tomando como referencia la estrella polar, así mismo, podemos encontrar diversos instrumentos que fueron utilizados como sistemas de navegación por estas culturas antiguas, tales como la brújula, el astrolabio y el sextante (Fig. 1.1). Este último era un instrumento que permitía medir el ángulo entre 2 objetos, tales como 2 puntos geográficos, y generalmente entre el horizonte y el sol o una estrella, donde, conociendo la elevación del astro, era posible determinar la latitud del observador por medio de sencillos cálculos matemáticos.

En general, los avances tecnológicos se han desarrollado gracias a la acumulación de conocimientos provenientes de distintas épocas y lugares,

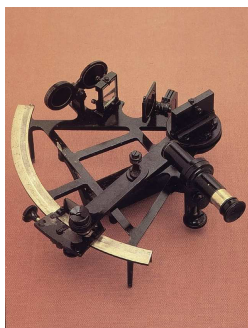


Fig. 1.1: Sextante antiguo utilizado para la navegación.

siendo el ingenio de aquellas personas que tomando las tecnologías y objetos disponibles, han logrado combinarlos y desarrollarlos dando lugar así a tecnologías y conocimientos innovadores.

Uno de los mayores ejemplos de esto fue el físico de origen Serbio Nikola Tesla, quien en 1890 promovía la idea de que era posible construir un artefacto volador y remotamente pilotado que funcionara como una bomba guiada hacia un objetivo. Pero no fue hasta 1898, que, gracias a la invención de su aparato transmisor de radio (1897), logró demostrar prácticamente que su idea era posible, dando lugar a la creación del primer torpedo guiado, el cual era capaz de navegar a control remoto por medio de una propela y un timón de dirección.

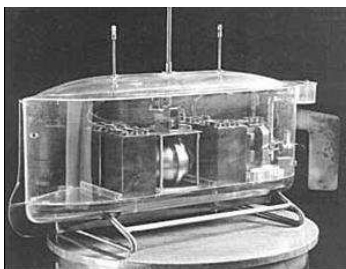


Fig. 1.2: Bote a Control remoto (Torpedo) de Tesla.

En ese mismo tiempo, en la ciudad Chicago, Illinois, el Ing. Estadounidense Elmer A. Sperry desarrolló una tecnología basada en giroscopios. La contribución de Sperry consistió en desarrollar un sistema de giroscopio electromecánico de 3 ejes, el cual lograba convertir movimiento mecánico

en pequeñas señales electromagnéticas, el cual fue el primer autopiloto de la historia. Este dispositivo fue llamado “Aparato Estabilizador Giroscópico”, y fue utilizado para mantener automáticamente la altitud y rumbo de una aeronave por medio de las señales electromagnéticas utilizadas para controlar los actuadores del avión.

En 1916, durante la primera guerra mundial, Sperry desarrolló el primer torpedo aéreo pilotado de manera remota tomando como base la tecnología de Tesla y su aparato giroscópico estabilizador. La invención de Sperry, denominada “Torpedo Aéreo Curtiss N-9” (Fig. 1.3) fue entonces el primer avión no tripulado de la historia, el cual podía guiarse de forma autónoma una distancia de hasta 1000 metros, y detonarse remotamente con la suficiente precisión contra embarcaciones enemigas[29].



Fig. 1.3: Torpedo aéreo no tripulado Curtiss N-9.

Estos primeros sistemas de navegación basados en giróscopios mecánicos se conocen en la actualidad como *Sistemas de Navegación Inercial (INS)*.

Sin embargo, a pesar del éxito de Sperry y de la ventaja que representaban las aeronaves como máquinas militares de reconocimiento y ataque. Los desarrollos en aviación no tripulada por parte de países como Estados Unidos y Reino Unido en el período de interguerra se enfocaron en la utilización de estas plataformas como blancos teledirigidos. Esto debido a que se requerían como blancos de práctica para el entrenamiento y desarrollo de artillería anti-aérea.

En Alemania el inventor Paul Schmidt desarrolló un prototipo de aeronave propulsada por un motor tipo jet (propulsión a chorro) como un dispositivo de empuje de bajo costo y alto desempeño.

La tecnología de navegación inercial alcanzo su máximo desarrollo durante la segunda guerra mundial, donde el motor de propulsión a chorro de Schmidt y la tecnología INS llevaron a la invención del misil alemán V-1 (Fig.1.4), el cual estaba integrado por diseño avanzado, ligero y confiable de giroscopios mecánicos como autopiloto, siendo una de las armas más temidas

durante los años de 1944-1945.



Fig. 1.4: Bomba volante o misil de crucero V-1 alemán.

Estos primeros sistemas de navegación empleados durante los años de guerra, donde el rumbo y dirección son mantenidos por sistemas mecánicos basados en giroscopios. Sin embargo, estos sistemas eran propensos a la acumulación de errores de medición respecto al tiempo, lo que ocasionaba que eventualmente perdieran su precisión, y además existía la posibilidad de inutilizarlos durante el vuelo (Interferencias en la señal de radio, desestabilización de giroscopios), fueron las causas para desarrollar nuevos sistemas que fueran capaces de alcanzar un vuelo totalmente autónomo.

No obstante, este objetivo no fue posible durante los años posteriores a la Segunda Guerra Mundial, debido a que la investigación en navegación autónoma tenía como finalidad el reconocimiento y vigilancia, y la tecnología óptica de la época era incapaz de competir con las habilidades de un piloto entrenado. Esto retrasó el desarrollo de aeronaves no tripuladas.

En el año 1970, la navegación autónoma dió nuevamente un paso hacia adelante con la combinación de diversas tecnologías. La primera de ellas fue debido a la llegada de las primeras computadoras de vuelo, las cuales eran capaces de supervisar parámetros de un avión, tales como la altitud, velocidad e inclinación.

Por otro lado el desarrollo de los Sistemas Globales de Navegación Satelital (GNSS), particularmente el Sistema GPS, permitió que los INS y las computadoras de vuelo fueran combinadas en los primeros sistemas de navegación computarizados, dando lugar a los primeros *Sistemas de Aviónica* de las aeronaves, que con el paso del tiempo, se volverían esenciales en el control y navegación aérea de los aviones.

En la actualidad, la mayoría de las aeronaves utilizan un sistema conocido como Fly By Wire, en el cual los mandos de la aeronave son controlados por el piloto, y se encuentran conectados a computadoras que monitorean los parámetros de la aeronave, siendo este un proceso dinámico de

retroalimentación donde las computadoras realizan el procesamiento necesario para asegurar un vuelo estable. Por ejemplo, se puede monitorear el ángulo de ataque y a través de la computadora, garantizar que nunca se alcance el ángulo de entrada en pérdida. Sin embargo, estos sistemas siguen dependiendo de un piloto humano, por lo que una de las áreas donde se ha estado realizando investigación básica y aplicada es en el desarrollo de Sistemas de Navegación y Control para Vehículos Aéreos No Tripulados (VANT) o mejor conocidos como *UAV* (*Unmanned Aerial Vehicle*).

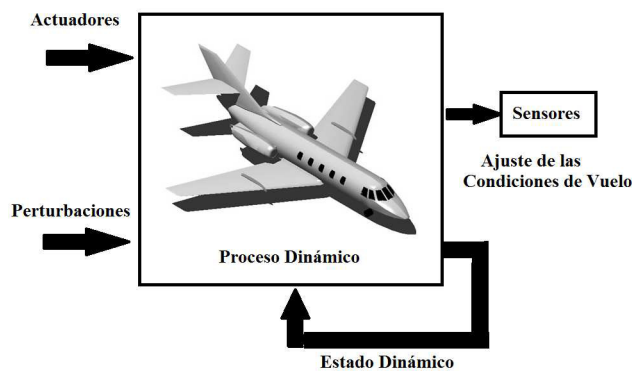


Fig. 1.5: Proceso dinámico de vuelo, donde las computadoras son conectadas por medio de los sensores de la aeronave.

Los VANTs se caracterizan por la versatilidad de sus aplicaciones. Pueden operarse desde lugares con ambientes peligrosos para el ser humano, hasta tareas que conlleven tiempos de operación demasiado largos para un piloto humano. También los VANTs son empleados como vehículos de vigilancia y reconocimiento, fotografía aérea o más recientemente como plataformas de inspección debido a sus propiedades de estabilidad donde es necesario que este tipo de aeronaves se desplacen en entornos cerrados, requiriendo para ello realizar ajustes en las diferentes etapas de vuelo por las que pueda atravesar.

Con lo anterior, podemos observar que el desarrollo de sistemas de navegación y computadoras de vuelo es una pieza clave en la aviación moderna, donde las potenciales aplicaciones de estos sistemas son de suma importancia, desde tareas realizadas por vehículos aéreos no tripulados, hasta sistemas de guiado y navegación en aeronaves tripuladas.

Para poder entender el proceso mediante el cual una computadora es capaz de llevar a cabo las tareas que le son asignadas, es entonces necesario

definir el termino *percepción* como “un proceso dinámico capaz de retroalimentarse para mantener un modelo físico del ambiente local y contrarrestar las perturbaciones del mismo”.

Entonces, para poder diseñar un sistema que mediante la recopilación de información de los sensores en la aeronave y por medio de una fusión de datos, sea capaz de obtener una percepción precisa del entorno y realizar una tarea específica. Esto es precisamente lo que nos lleva a analizar el estado actual de los sistemas de navegación en VANTs, y en consecuencia, apoyarnos en los métodos y técnicas de control existentes, así como en las tecnologías actualmente disponibles, para tratar de vencer las limitaciones de los sistemas actuales e innovar en el desarrollo de vehículos aéreos no tripulados.

1.2 Estado del Arte

La navegación se define como la determinación de la velocidad y la posición del centro de masa de un vehículo aéreo en movimiento. Sus componentes pueden ser expresadas en 3 vectores de posición y 3 vectores de velocidad, estos 6 vectores son llamados vector de estado, el cual describe el movimiento traslacional del vehículo por medio de ecuaciones diferenciales de segundo orden.

En general, podemos categorizar los sistemas de navegación de la siguiente manera[33]:

1. Sistemas de Navegación Absoluta:
 - Sistemas de Radio: Consisten en una red de transmisores en tierra o por satélite. El vehículo calcula detecta la señal transmitida y calcula su posición respecto a las posiciones conocidas del emisor.
 - Sistemas Celestiales: Miden la elevación relativa y azimuth de cuerpos celestes. Se utiliza principalmente en aeronaves a elevada altitud y naves espaciales.
2. Sistemas de Reconocimiento Continuo (Dead Reckoning): Calculan su vector de estado de una serie de mediciones continuas a partir de una posición inicial conocida. Su desventaja es la acumulación del error en la medición y que deben reiniciarse si presentan fallas eléctricas. Los sistemas de Navegación Inercial forman parte de esta categoría.

Para desarrollar sistemas de control y estabilidad aplicables a una aeronave, se requiere conocer la naturaleza de las diferentes configuraciones y

requisitos aerodinámicos de la misma. En este punto, es necesario entonces definir el “control” como el medio para dirigir la aeronave a una posición, orientación y velocidad deseadas, mientras que la estabilidad es la habilidad del sistema para volver a estos estados después de experimentar una perturbación[32].

Para poder realizar una medición cuantitativa de los estados que nos permiten lograr el control y la estabilidad, es necesario revisar las teorías de control existentes y expresarlas mediante modelos matemáticos. Entonces, el modelado matemático del sistema sobre el que se va a trabajar es de suma importancia para alcanzar estos objetivos y se presentará en el capítulo 2.

Por medio del modelado, también podemos establecer los límites de nuestro sistema, y podemos predecir su comportamiento, todo esto dentro de una cierta región de validez, la cual puede variar en función de las técnicas de control empleadas o el correcto modelado matemático de nuestro sistema dinámico. En nuestro caso, este modelo correspondería al modelado de las fuerzas aerodinámicas generadas por nuestra aeronave, y las perturbaciones del viento.

El modelado dinámico del entorno se puede entonces definir como un proceso cíclico compuesto de 3 fases[31]:

1. Predicción: Se incorporan las perturbaciones del medio a nuestro modelo.
2. Comparación: Los resultados de la predicción son validados con las mediciones actuales.
3. Actualización: Se realizan los ajustes necesarios para llevar a cabo el modelo al estado predicho.

Estas tres fases nos proporcionan un marco de trabajo en el cual podemos organizar la información y diseñar estos sistemas de percepción para garantizar la operación de la aeronave[3].

El modelado se obtiene representando a la aeronave a través de las ecuaciones de movimiento como un cuerpo rígido en un entorno en 3D, el cual generalmente se suele representar mediante 3 marcos de referencia, un marco de referencia en el cuerpo (\mathcal{B}), que nos permite estimar la orientación e inclinación, un marco de referencia inercial (\mathcal{I}) para estimar la posición y velocidad de la aeronave y un marco de referencia aerodinámico o del viento (\mathcal{W}), donde se expresan las fuerzas aerodinámicas de cada componente.

Entonces, el proceso anterior es en primera instancia, realizado por los sensores montados sobre la aeronave. Sin embargo, primero es necesario modelar la información proveniente de los sensores y establecer los

parámetros de operación; así como el filtraje de la información para eliminar el ruido de la señal de salida.

La principal ventaja que ofrecen este tipo de MEMS (Sistemas Micro Electro Mecánicos) respecto a sus homólogos mecánicos es que gracias a la producción en masa, su costo de producción es extremadamente bajo, por lo que se pueden construir sistemas de navegación y control con precisiones bastante aceptables con un mínimo de inversión.

Sin embargo, la desventaja de estos sensores de bajo costo es que después de largos periodos de operación, suelen presentar problemas de integración y acumulación de error[28][30]. Así mismo, es necesario mencionar que el acople de estos sensores no siempre resulta una tarea sencilla, ya que el sistema central sobre el que trabajan, denominado Inertial Measurement Unit o IMU, debe acoplar también las velocidades a las cuales trabajan los sensores utilizados.

Sistemas como el GPS cuya velocidad de transmisión de datos oscila en el orden de 1 Hz y deben acoplarse entonces con sensores como el tubo pitot (Sensor de velocidad de viento) con velocidades del orden de 10 Hz con el fin de mejorar la estimación de la velocidad lineal.

Los satélites usados por el sistema GPS en la medición son seleccionados por el receptor en función de la Disponibilidad Selectiva (Selective Availability), es decir, la calidad de la señal y la geometría adecuada para realizar los cálculos. Cada satélite posee un reloj atómico y continuamente transmite señales de radio, que contienen el tiempo de inicio de la señal, la cual viaja a la velocidad de la luz. Entonces el receptor compara el tiempo de llegada para calcular la distancia al satélite, y en conjunto con los otros, calcular las coordenadas terrestres en las que se encuentra el receptor[4].

En la actualidad se puede encontrar en la literatura sistemas de navegación basados en la integración de sistemas de navegación Inercial (INS) y GPS. El problema radica en el alto costo de un sistema INS/GPS, por lo cual la integración de una IMU de bajo costo y un GPS a bordo de la aeronave parecen ser una solución viable para una gran variedad de aplicaciones[9].

Sin embargo, las señales transmitidas por el sistema GPS poseen errores inherentes a la distancia entre el transmisor y el receptor, tales como perturbaciones atmosféricas y retardos en la señal los cuales pueden producir errores de hasta cientos de metros. Al error derivado del retraso de la señal se le conoce como “pseudorange” (el cual será estudiado en el capítulo 3). Debido a esto, la utilización del sistema GPS es crítica en aplicaciones de tiempo real que requieran precisión submétrica, como la aproximación y aterrizaje de una aeronave[7]. Aunque es posible reducir el error en la medición de la posición mediante técnicas estadísticas o diferenciales hasta

un orden de alrededor de 10 m, se dedica mucho esfuerzo en la investigación por aumentar cada vez más la precisión y fiabilidad de los sistemas basados en el GPS.

1.3 Objetivos y Contribución

El principal motivo para alcanzar una total autonomía radica en el desarrollo de sistemas flexibles y con mínima operación por parte de un operador humano, en los cuales la autonomía puede describirse como la habilidad del sistema para cumplir un objetivo, en contraposición a los sistemas actuales, donde se le indica al sistema como hacer la tarea para cual fue programado. Esto presenta la enorme ventaja de que el sistema es capaz de procesar cambios en su entorno de manera instantánea; así como reducir su vulnerabilidad ante fallas de comunicación que pueda llevar a situaciones críticas.

Es por ello que se busca desarrollar un sistema autónomo donde se pueda programar una trayectoria y esta sea recorrida con un mínimo de desviación sin necesidad de intervención humana. Entonces el objetivo general del trabajo es diseñar, y de ser posible implementar un sistema de navegación para un vehículo UAV.

- Obtener el modelo aerodinámico que describa el vuelo de un vehículo de ala fija.
- Estimar la posición del vehículo utilizando sensores inerciales y GPS
- Diseñar un algoritmo para navegación en simulación.
- Implementar de manera opcional el sistema diseñado en el mini vehículo aéreo denominado *XB – MIA*.

La principal contribución de este consiste en presentar el análisis y diseño de un sistema de navegación desarrollado en el Centro de Investigación e Innovación en Ingeniería Aeronáutica que sirva como base para trabajos futuros.

Capítulo 2

Ecuaciones de Movimiento y Estabilidad

Para desarrollar el sistema de navegación del mini VANT *XB – MIA*, es necesario entender los principios que rigen el movimiento de un vehículo aéreo. Por tanto, se describe a continuación el fundamento matemático necesario para modelar la interacción de la aeronave como cuerpo rígido y a su vez los efectos aerodinámicos que afectan la dinámica del movimiento.

2.1 Sistemas de Referencia

El movimiento de un cuerpo se describe en función de un grupo de variables relacionadas entre si por medio de un sistema coordenado; por lo tanto, antes de empezar a desarrollar el modelado matemático de una aeronave, es conveniente definir un sistema de ejes que nos permita describir la dinámica del vuelo de una aeronave. Se definirán a continuación los sistemas coordenados que se utilizarán en este trabajo de tesis.

2.1.1 Marco de Referencia Inercial (Geodésico)

El movimiento de un objeto suele describirse respecto a un punto de referencia. Si este movimiento ocurre en coordenadas $\mathcal{I}=\{x_{\mathcal{I}}, y_{\mathcal{I}}, z_{\mathcal{I}}\}$, es necesario establecer un marco de referencia que nos permita estimar la posición y velocidad angular y lineal del vehículo respecto a este punto. El marco de referencia geodésico (o marco de referencia inercial) denotado como \mathcal{I} toma como origen de su sistema coordenado un punto de la esfera terrestre, por lo tanto, el movimiento de un objeto ocurre en un plano que es tangente a dicho

punto y se utiliza para la navegación de vehículos en distancias pequeñas, donde la curvatura de la tierra es despreciable. Los ejes de este sistema coordenado son perpendiculares entre si, apuntando el eje x_I hacia el norte terrestre, el eje y_I hacia el este y el eje z_I hacia el centro de la tierra, en una configuración conocida como sistema NED (North-East-Down) como se muestra en la Fig. 2.1.

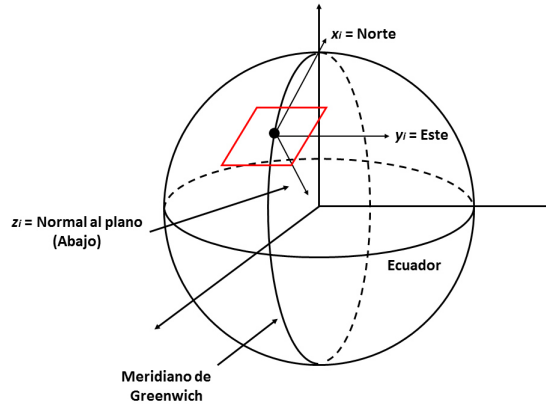


Fig. 2.1: Marco de referencia Geodésico o Plano tangente donde la vertical es paralela al vector de gravedad apuntando hacia el centro de la tierra.

2.1.2 Marco de Referencia del Cuerpo (Body)

En aplicaciones como la navegación, el objetivo es determinar la posición, orientación y velocidad del vehículo para describir la dinámica de su movimiento. Estos 3 parámetros son de suma importancia y generalmente suelen ser calculados por medio de sensores a bordo, para esto se define un sistema coordenado a bordo del vehículo que estime las variables respecto a un sistema de referencia en tierra (Marco de referencia geodésico). Este marco de referencia trabaja con la suposición de una tierra plana en la que la vertical se encuentra paralela al vector de fuerza de gravedad, sin embargo, para describir el movimiento respecto a este sistema de coordenadas, es necesario realizar una transformación por medio de una *Matriz de Transformación* en un procedimiento conocido como “Ángulos de Euler” (Sección C.2). El marco de referencia en el Cuerpo $\mathcal{B} = \{x_B, y_B, z_B\}$ es entonces definido como el marco de referencia con origen en el centro de gravedad de la aeronave y a una distancia \mathbf{r}_{pos} del plano tangencial, con el eje x_B apuntando a lo largo

del eje longitudinal del vehículo, el eje z_B apuntando hacia abajo y el eje y_B hacía la derecha para cumplir la regla de la mano derecha (Fig. 2.2):

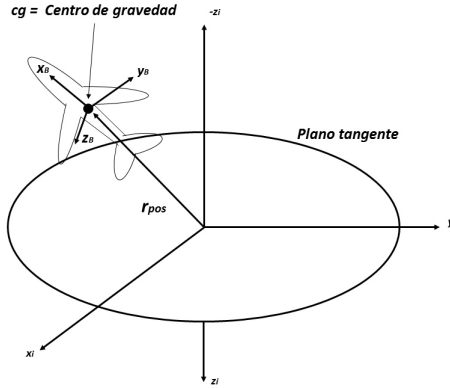


Fig. 2.2: Marco de referencia en el cuerpo (\mathcal{B}) con respecto a un marco de referencia inercial (\mathcal{I}).

2.1.3 Marco de Referencia Aerodinámico

En el modelado matemático es común considerar las perturbaciones a las que se encuentra sometida una aeronave, y si la posición y orientación de la misma vienen expresadas por el marco de cuerpo \mathcal{B} , cuando la aeronave es perturbada de su posición inicial por el viento, entonces el marco de referencia en el cuerpo es perturbado también. Es conveniente entonces definir un marco de referencia con origen en el cg de la aeronave, tal que el vector x_W sea paralelo al vector de velocidad traslacional (V_0), el cuál es denotado como marco de referencia aerodinámico \mathcal{W} , con coordenadas $\{x_W, y_W, z_W\}$, y que cuyos ejes son ortogonales entre si, con el eje z_W dirigido hacía abajo y el eje y_W hacía la derecha. En este marco definimos un valor único para cada condición de vuelo al que llamaremos *ángulo de ataque* denotado por α_e (Fig. 2.3).

El marco de referencia \mathcal{W} es de interés para el análisis de una aeronave, ya que en el se pueden expresar a partir de una condición de vuelo recto y nivelado, las fuerzas y momentos aerodinámicos, siendo entonces el marco de referencia \mathcal{W} solo una condición particular de \mathcal{B} el cual se encuentra rotado alrededor del eje y_W a través de α_e . Estos cambios en el ángulo de ataque y las condiciones de vuelo a menudo son debidas a pequeñas perturbaciones

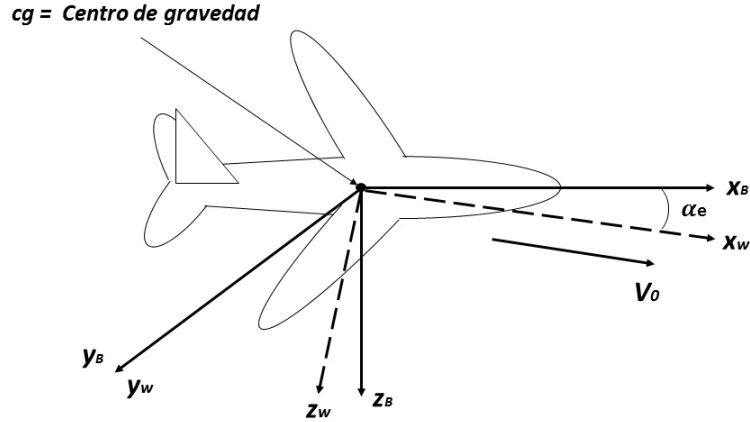


Fig. 2.3: Marco de referencia aerodinámico \mathcal{W} .

que ocasionan que x_B sea distinto a x_W , por lo cual es necesario expresar estos cambios a través de *variables de perturbación*.

El movimiento de la aeronave es descrito en terminos de fuerza, momento lineal, momento angular, y sus respectivas velocidades a través de sus componentes respecto a un marco de referencia fijo, siendo generalmente \mathcal{B} . Para una condición de vuelo no acelerado (no perturbado), las componentes lineales de la velocidad son denotadas entonces como U_E, V_e, W_e (ver Fig. 2.4). En este estado, la suma de las componentes de fuerzas y momentos son cero y se dice entonces que la aeronave se encuentra en un estado de equilibrio dinámico o condición de “trim”.

Sin embargo, cuando se rompe el equilibrio dinámico aparece un conjunto de perturbaciones en los ejes longitudinal (ox), lateral (oy) y direccional (oz), y el movimiento resultante es entonces expresado a través de las variables de perturbación, las cuales son expresadas en las tablas 2.1 y 2.2:

Las componentes lineales de las variables (fuerza y velocidad lineal) se consideran positivas cuando el movimiento es positivo a lo largo del eje en el que se encuentra expresadas; mientras que las componentes rotacionales

	Estados de Equilibrio			Estados Perturbados		
Ejes de la aeronave	ox	oy	oz	ox	oy	oz
Fuerza	0	0	0	X	Y	Z
Momento	0	0	0	L	M	N
Velocidad Lineal	U_e	V_e	W_e	U	V	W
Velocidad Angular	0	0	0	p	q	r
Posición	0	θ_e	0	ϕ	θ	ψ

Tabla. 2.1: Variables de Movimiento.

Fuerzas aerodinámicas y propulsión	X	Fuerza Axial de arrastre (Drag)
	Y	Fuerza Lateral (Side force)
	Z	Fuerza Normal (Lift)
Momentos aerodinámicos	L	Momento de Alabeo
	M	Momento de Cabeceo
	N	Momento de Guiñada
Velocidad lineal	U	Velocidad Axial (x)
	V	Velocidad Lateral (y)
	W	Velocidad Normal (z)
Velocidad angular	p	Velocidad de Alabeo ($\dot{\phi}$)
	q	Velocidad de Cabeceo ($\dot{\theta}$)
	r	Velocidad de Guiñada ($\dot{\psi}$)

Tabla. 2.2: Variables de Perturbación

(momento, posición angular, velocidad angular) se determinan empleando la regla de la mano derecha:

1. El alabeo (Roll) es positivo cuando la rotación alrededor de ox es tal que el eje oy se mueve hacia oz .
2. El cabeceo (Pitch) es positivo cuando la rotación alrededor de oy es tal que el eje oz se mueve a ox .
3. La guiñada (Yaw) es positiva cuando la rotación alrededor de oz es tal que el eje ox se mueve a oy .

Las componentes de velocidad lineal (U, V, W) son definidas como la suma de las velocidades lineales en equilibrio (U_e, V_e, W_e) y las velocidades

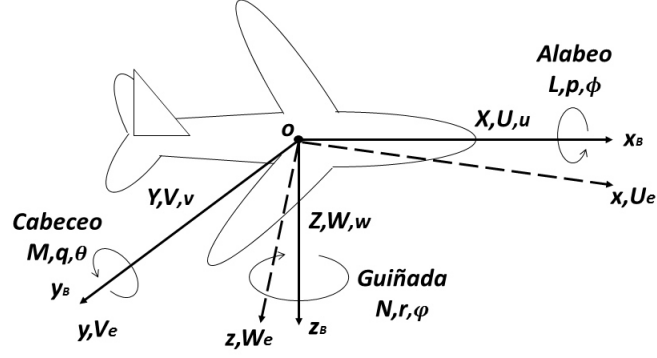


Fig. 2.4: Variables de Movimiento.

lineales perturbadas (u, v, w) :

$$\begin{aligned} U &= U_e + u \\ V &= V_e + v \\ W &= W_e + w \end{aligned} \tag{2.1}$$

Dado que se asume que el movimiento de la aeronave se realiza en estado de equilibrio; pero no necesariamente en vuelo recto y nivelado, entonces también se puede expresar la componente de perturbación angular respecto a la trayectoria definida por el vector de velocidad V_0 y el ángulo de trayectoria en vuelo estable γ_e . Como se observa en la Fig. 2.5, α_e es el ángulo de ataque y θ_e el ángulo de elevación de la componente de velocidad axial U_e respecto al horizonte, entonces:

$$\gamma_e = \theta_e - \alpha_e \tag{2.2}$$

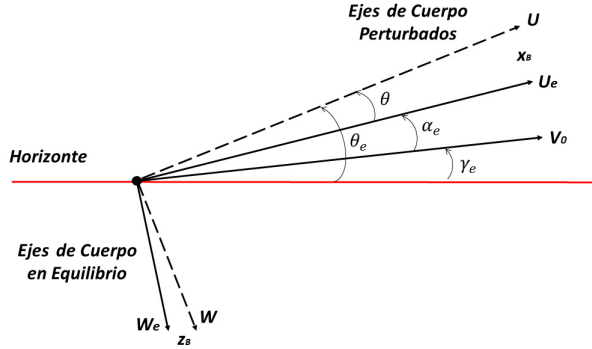


Fig. 2.5: Ejes generalizados en \mathcal{B} en vuelo recto y nivelado.

2.2 Ecuaciones de Movimiento para el VANT

El sistema de navegación propuesto en este trabajo se busca implementar en un vehículo aéreo; por lo cual, es necesario diseñar y modelar la plataforma a utilizar. El diseño aerodinámico se estudiará con más detalle en Anexo A, mientras que para el modelado matemático se va a considerar la metodología propuesta en [15]. A lo largo de este capítulo, se definieron los sistemas de referencia y las ecuaciones (C.3), (C.8), (C.21) y (C.25) donde se definieron los marcos de referencia inercial $\mathcal{I}=\{x_{\mathcal{I}}, y_{\mathcal{I}}, z_{\mathcal{I}}\}$, el marco de referenecia del cuerpo $\mathcal{B}=\{x_{\mathcal{B}}, y_{\mathcal{B}}, z_{\mathcal{B}}\}$ y el marco de referencia de viento $\mathcal{W}=\{x_{\mathcal{W}}, y_{\mathcal{W}}, z_{\mathcal{W}}\}$ durante la condición de vuelo recto y nivelado.

Así mismo, podemos expresar las ecuaciones de movimiento bajo la forma conocida como Newton-Euler, las cuales son:

$$\dot{\xi} = V \quad (2.3)$$

$$m\dot{V} = \mathbf{R}\mathbf{F} + mge_3 \quad (2.4)$$

$$\dot{\eta} = \Phi(\eta)\Omega \quad (2.5)$$

$$\mathbf{I}\dot{\Omega} = -\Omega \times \mathbf{I}\Omega + \mathbf{T} \quad (2.6)$$

La orientación del vehículo aéreo es descrita por la matriz de rotación \mathbf{R} (ver anexo B) que puede ser parametrizada por los ángulos de Euler ϕ , θ y ψ representando la orientación en alabeo, cabeceo y guiñada respectivamente. El vector $\boldsymbol{\nu} = (u, v, w)^T \in \mathbb{R}^3$ representa la velocidad traslacional en \mathcal{B} , $\Omega =$

$(p, q, r)^T \in \mathbb{R}^3$ representa la velocidad angular en \mathcal{B} , $\mathbf{V} = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})^T \in \mathbb{R}^3$ es la velocidad traslacional en \mathcal{I} , $\mathbf{F} \in \mathbb{R}^3$ y $\mathbf{\Gamma} \in \mathbb{R}^3$ son las fuerzas y momentos totales que actúan sobre el vehículo. Definimos entonces el vector e_3 , el cual representa el vector unitario en el eje z , $m \in \mathbb{R}$ denota la masa del vehículo, y el término $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ contiene los momentos de inercia del VANT, los cuales fueron calculados en la fase de diseño mediante el software *Solidworks* (ver Fig. 2.6) y que se encuentran expresados en la Tabla A.4.

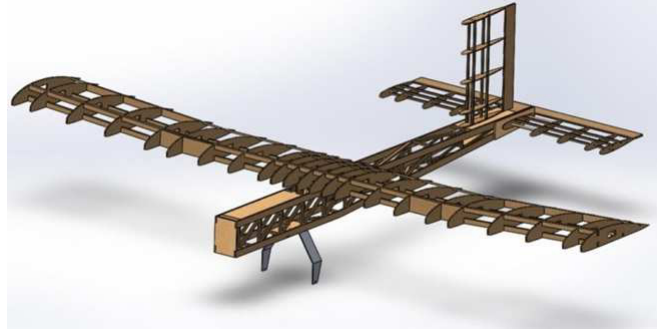


Fig. 2.6: Estructura del vehículo en la dinámica de aeronaves.

El vector de velocidad angular inercial $\dot{\boldsymbol{\eta}}$ puede relacionarse con el vector de la tasa de cambio angular $\boldsymbol{\Omega}$ por medio de la matriz de Euler $\Phi(\boldsymbol{\eta})$ [15]:

$$\Phi(\boldsymbol{\eta}) = \begin{pmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi \sec \theta & \cos \phi \sec \theta \end{pmatrix}$$

Para el análisis aerodinámico, la matriz $\mathbf{E} : \mathcal{B} \rightarrow \mathcal{W}$ describe la transformación de un vector de \mathcal{B} a \mathcal{W} , donde el marco de referencia de viento es representado como:

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} c_\alpha c_\beta & s_\beta & s_\alpha c_\beta \\ -c_\alpha s_\beta & c_\beta & -s_\alpha s_\beta \\ -s_\alpha & 0 & c_\alpha \end{pmatrix}$$

donde α_e es el ángulo de ataque y β es el ángulo de derrape.

2.2.1 VANT: Sistema subactuado

El vehículo aéreo posee 4 entradas de control para un espacio de estados de 6 dimensiones, lo cual implica que los movimientos traslacionales de z

y y son controlados de manera indirecta; es decir, el sistema dinámico es *subactuado* (ver Fig. 2.7). Si representamos la fuerza de empuje mediante T , entonces podemos representar las entradas de control como:

$$\begin{aligned}\tau_\phi &= \ell_a(f_{a1} - f_{a2}) \\ \tau_\theta &= \ell_e f_e \\ \tau_\psi &= \ell_r f_r\end{aligned}\tag{2.7}$$

donde ℓ_a y ℓ_e representan la distancia del centro de masa al punto de

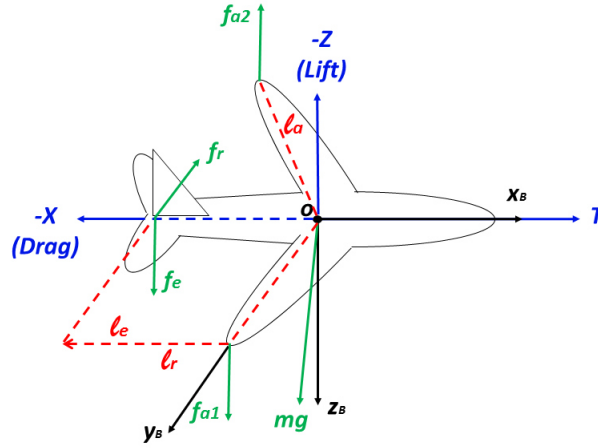


Fig. 2.7: Fuerzas generadas por los actuadores en la aeronave.

aplicación de las fuerzas generadas por las superficies de control, es decir, el elevador (f_e), el timón de dirección (f_r), y los alerones (f_{a1} , f_{a2}) (ver Fig. 2.7).

2.2.2 Equilibrio de la Aeronave

Tomando en cuenta las dimensiones de los estabilizadores horizontal y vertical, se realizó un análisis estático de la aeronave considerando los parámetros aerodinámicos de la misma. El análisis se llevó a cabo utilizando las dimensiones de la aeronave bajo las condiciones de vuelo recto y nivelado, por lo

que se obtuvo el momento de balance y los coeficientes de sustentación necesarios para contrarrestar el momento de cabeceo inducido por el ala (M_{θ_w}) de la siguiente manera:

$$\sum M_{\theta_w} = M_{t_w} - M_w - M_{HS} = 0 \quad (2.8)$$

Entonces, tomando la definición del momento de ala:

$$M_w = C_m Q S_w \bar{c}_w \quad (2.9)$$

donde $C_m = -0.081$ es el coeficiente de momento de cabeceo, $M_{t_w} = 0.0095$ es el momento total de cabeceo, \bar{c}_w es la cuerda del ala y Q es la presión dinámica.

Para analizar la estabilidad longitudinal estática, se consideró el cg al 20% delante del centro de presiones del ala (c_p), el cuál está definido cómo $c_p = \frac{1}{4}\bar{c}_w = 0.055m$ [14], esto nos permite calcular M_{θ_w} de la siguiente manera:

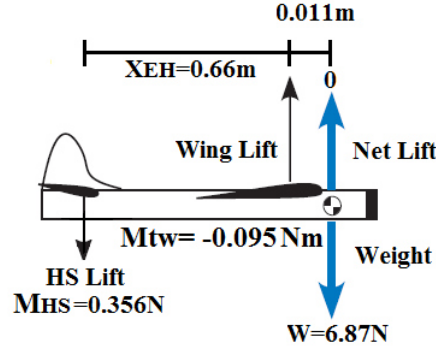


Fig. 2.8: Momento de balance.

$$\sum M_{\theta_w} = [-0.095Nm - (6.87N)(0.011m)] \quad (2.10)$$

$$+[(0.356N)(0.66m)] = 0 \quad (2.11)$$

$$\sum M_{\theta_w} = [-0.1706Nm] + [0.235Nm] = 0 \quad (2.12)$$

entonces:

$$0.1706 < 0.235 \quad (2.13)$$

$$M_w < M_{HS} \quad (2.14)$$

Por lo tanto, se observa que bajo los parametros de diseño, el momento de cabeceo del ala M_w es contrarrestado por M_{HS} , por lo cual el diseño se considera aceptable.

2.3 Análisis de Estabilidad

La estabilidad de una aeronave puede estudiarse mediante la dinámica de su movimiento. El análisis de la estabilidad puede dividirse en su dinámica longitudinal y su dinámica lateral-direccional. Debido a que la plataforma experimental modelada en este trabajo cuenta con un diseño de gran estabilidad en su dinámica lateral-direccional, se presenta a continuación el análisis de su dinámica longitudinal.

Tomando en cuenta las ecuaciones (2.3)-(2.6), la dinámica longitudinal en el marco de referencia \mathcal{B} es representada por medio de las siguientes ecuaciones:

$$\dot{u} = \frac{\bar{X}}{m} - g \sin(\theta) - qw \quad (2.15)$$

$$\dot{w} = \frac{\bar{Z}}{m} + g \cos(\theta) + qu \quad (2.16)$$

$$\dot{q} = \frac{\bar{M}}{I_{yy}} \quad (2.17)$$

$$\dot{\theta} = q \quad (2.18)$$

donde I_{yy} corresponde al momento de inercia en el movimiento de cabeceo, \bar{X} y \bar{Z} son las fuerzas, y \bar{M} es el momento que actúa sobre el vehículo aéreo.

2.3.1 Linealización

Las ecuaciones (2.15)-(2.18) fueron linealizadas a fin de utilizar herramientas de estabilidad. Entonces, se realiza la suposición de que el vuelo del vehículo aéreo se produce en condiciones de vuelo recto y nivelado, es decir, en condición de equilibrio dinámico X_e y U_e [23].

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{X} \\ \bar{Z} \\ \bar{M} \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

$$\dot{\mathbf{X}} = \begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\bar{X}}{m} - g \sin(\theta) - qw \\ \frac{\bar{Z}}{m} + g \cos(\theta) + qu \\ \frac{\bar{M}}{I_{yy}} \\ q \end{pmatrix} = F(\mathbf{X}, U) \quad (2.21)$$

Una aproximacion lineal es entonces calculada utilizando el método de Taylor:

$$\Delta \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A} \Delta \mathbf{X} + \mathbf{B} \Delta U \quad (2.22)$$

donde $\mathbf{A} = \frac{\partial F(\mathbf{X}, U)}{\partial \mathbf{X}}|_{X_e}$, $\mathbf{B} = \frac{\partial F(\mathbf{X}, U)}{\partial U}|_{U_e}$ y X_e , U_e son vectores constantes en la condición de vuelo recto y nivelado.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} X_u & X_w & 0 & -g \\ Z_u & Z_w & u_e & 0 \\ M_u & M_w & M_q & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} X_{\delta_T} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{\delta_F} & 0 \\ 0 & 0 & M_{\delta_E} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

$$\Delta U = \begin{pmatrix} \Delta T \\ \Delta F \\ \Delta E \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

donde ΔT , ΔF y ΔE son las entradas del empuje, flaps y elevadores respectivamente. Entonces, los elementos de las matrices \mathbf{A} y \mathbf{B} , son una aproximación[3] a las derivadas de estabilidad y son descritas como sigue [18], [19]:

$$\begin{aligned} X_u &= \frac{QS_w C_{x_u}}{mu_e} & Z_u &= \frac{QS_w C_{z_u}}{mu_e} & M_u &= \frac{QS_w \bar{c} C_{m_u}}{I_{yy} u_e} \\ X_w &= \frac{QS_w C_{x_\alpha}}{mu_e} & Z_w &= \frac{QS_w C_{z_\alpha}}{mu_e} & M_w &= \frac{QS_w \bar{c} C_{m_\alpha}}{I_{yy} u_e} \\ X_q &= \frac{QS_w C_{x_q}}{2mu_e} & Z_q &= \frac{QS_w C_{z_q}}{2mu_e} & M_q &= \frac{QS_w \bar{c}^2 C_{m_q}}{2I_{yy} u_e} \\ X_{\delta_T} &= \frac{QS_w C_{x_{\delta_T}}}{m} & Z_{\delta_F} &= \frac{QS_w C_{z_{\delta_F}}}{m} & M_{\delta_E} &= \frac{QS_w \bar{c} C_{m_{\delta_E}}}{I_{yy}} \end{aligned}$$

donde Q es la presión dinámica de la corriente libre de viento, S_w es el área alar, b_w es la envergadura y \bar{c} la cuerda del vehículo.

La respuesta típica del sistema considera entradas fijas para el vuelo con $\Delta T = \Delta F = \Delta E = 0$ (empuje, flaps, elevador), donde las superficies de control no presentan cambios, entonces, los 4 eigenvalores del sistema longitudinal tienen las siguientes características, [22],

- Modo fugoide $\sigma_{ph} \pm iw_{ph}$ (lento, debilmente amortiguado)
- Modo de período corto $\sigma_{sp} \pm iw_{sp}$ (rápido, muy, muy amortiguado)

Calculando el ángulo de ataque en $\alpha_e = 1.0726^\circ$, el cuál nos da una velocidad para balancear el peso de $V_e = 10.36m/s$, entonces se aproximó la velocidad y las derivadas de estabilidad, los cuales resultaron en las siguientes matrices de estado y de control [26].

$$A = \begin{pmatrix} -0.052208 & 0.503867 & 0 & -9.81 \\ -1.89476 & -9.52485 & 8.81156 & 0 \\ 0.0000244488 & -11.7177 & -3.14465 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

$$B = \begin{pmatrix} -0.00362702 & 0 & 0 \\ 0 & 0.00161562 & 0 \\ 0 & 0 & 0.00264023 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

Evaluando las ecuaciones previas, se obtiene la respuesta natural y la estabilidad del sistema.

$$\begin{aligned} \sigma_{ph} \pm iw_{ph} &= -0.0029 \pm 0.99i \\ \sigma_{sp} \pm iw_{sp} &= -10.64 \pm 9.87i \end{aligned}$$

Como se puede observar por las raices, el sistema es estable en una condición de vuelo recto y nivelado.

2.3.2 Compensador

Transformando las ecuaciones (2.21) al dominio de Laplace y resolviendolas, se obtienen las siguientes funciones de transferencia

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \Delta u \\ \Delta \theta \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \frac{s}{s^2+0.0308045s+1.94388} \\ \frac{0.198153}{s^2+0.0308045s+1.94388} \end{pmatrix} \Delta T \\ \begin{pmatrix} \Delta q \\ \Delta \theta \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \frac{s}{s^2+2.56728s+13.4435} \\ \frac{1}{s^2+2.56728s+13.4435} \end{pmatrix} \Delta E \end{aligned}$$

En la Fig. 2.9 y 2.10, se muestra el comportamiento del fugoide y el período corto bajo perturbación. Dado que el modo fugoide muestra una respuesta debilmente amortiguada, se propone un compensador con el fin de aumentar el desempeño de este modo.

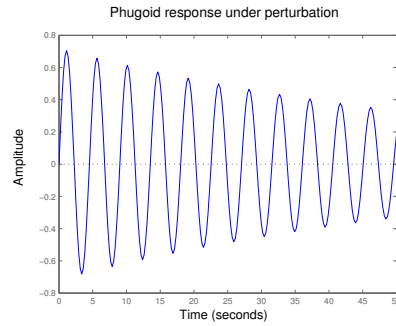


Fig. 2.9: Respuesta del modo fugoide ante una perturbación.

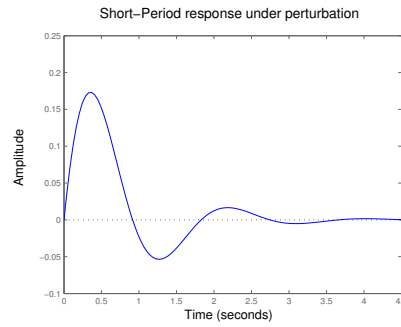


Fig. 2.10: Respuesta del período corto ante una perturbación.

Requisitos del Control

Basados en un análisis realizado previamente [27], se establecieron los siguientes requisitos de control para el modo fugoide:

- El sistema debe alcanzar error cero en estado estacionario ($e_{ss} = 0$) ante una entrada escalón.
- El sistema debe satisfacer características con un margen de fase $PM = 50^\circ$ y un margen de ganancia $GM = 20dB$.
- El ancho de banda se establecerá a conveniencia.

Diseño del Control

La metodología de control es basada en respuesta a la frecuencia. En esta metodología, es importante remarcar que existen dos terminos importantes que dan las pautas para el diseño de control, las cuales son el Margen de Fase (PM) y el Margen de Ganancia (GM).

Con el objetivo de cumplir el requisito de error cero en estado estacionario, se propone como aproximación del control, un integrador simple se obtiene la respuesta en diagrama de Bode para el sistema en lazo abierto, con el fin de analizar la estabilidad del sistema.

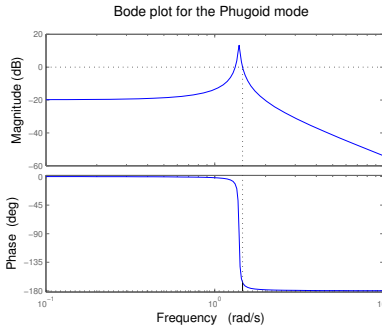


Fig. 2.11: Diagrama de bode para el modo fugoide.

El compensador es propuesto entonces como sigue: los ceros de la función $(s+2)$ y $(s+1)$, y los polos $(s+30)$, y s , entonces la función de transferencia es:

$$C(s) = \frac{2661s^2 + 7982s + 5321}{s^2 + 30s}$$

Como se puede observar en el diagrama de Bode (Fig. 2.11), se satisfacen los requisitos de control, donde el sistema entonces posee un ancho de banda $BW = 16 \text{ rad/s}$ y Fase = 51° , lo que nos lleva a una respuesta amortiguada

Simulación

La simulación fue implementada en Matlab considerando los requisitos previos en el diseño de control, como se puede observar en la Fig. 2.13, el compensador ha mejorado el desempeño del modo fugoide.

Analizando la respuesta al escalon del sistema que se muestra en la Fig. 2.13, se obtiene un tiempo de respuesta de 1.2s, la cual se considera adecuada

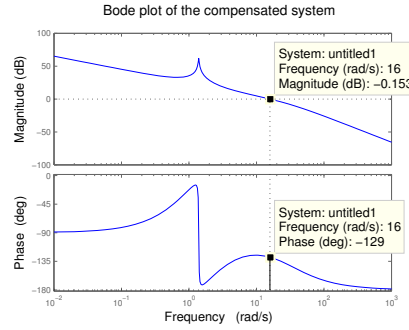


Fig. 2.12: Diagrama de Bode para el sistema con compensador.

para el sistema dinámico.

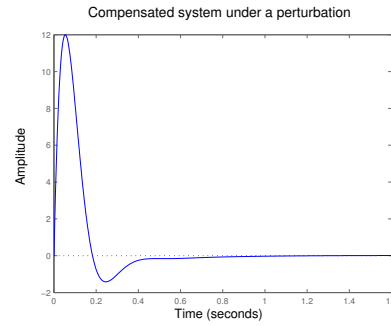


Fig. 2.13: Sistema compensado ante una perturbación.

2.3.3 Control LQR

Usando el modelo aerodinámico lineal anterior, (2.26) y (2.27), se propone un controlador LQR clásico, donde la simulación del sistema fue implementada considerando el diseño aerodinámico. Esto permite predecir y calcular la dinámica del vehículo a toda velocidad en vuelo horizontal, además de los modos de fuga y período corto. Este modelo, en un sistema de lazo cerrado, fue implementado en matlab/simulink. Entonces, el controlador LQR es descrito por:

$$\Delta \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A} \Delta \mathbf{X} + \mathbf{B} \Delta \mathbf{U} \quad (2.28)$$

Con un costo funcional definido como:

$$J = \int_0^\infty \left(\Delta X^\top Q_c \Delta X + \Delta U^\top R_c \Delta U \right) dt \quad (2.29)$$

donde las matrices de peso Q_c y R_c son reales, simétricas, y positivamente definidas [20], [21].

La Fig. 2.14 nos muestra las entradas de control basadas en el controlador LQR del sistema para vuelo horizontal. Los estados w , q y θ para esta ley de control se muestra en la Fig. 2.15.

Este controlador tiene una rápida respuesta, pero un pequeño sobretiro. La figura 2.16 ilustra la respuesta a la velocidad lineal u para una señal de referencia y la respuesta es adecuada para el sistema aerodinámico del mini vehículo aéreo.

Cómo se puede observar, la respuesta a la velocidad lineal u no presenta oscilaciones, entonces, el controlador LQR propuesto estabiliza el vehículo en una condición de vuelo crucero.

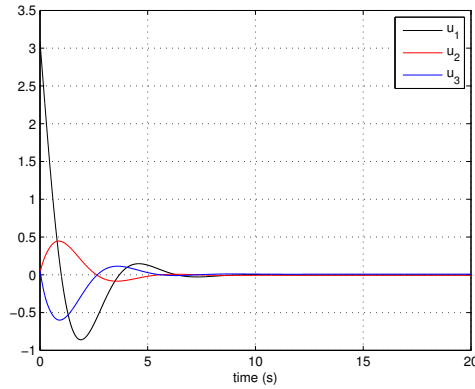


Fig. 2.14: Entradas de Control: Empuje, flap y elevador.

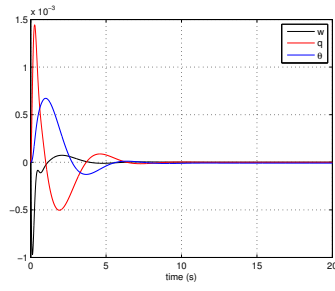


Fig. 2.15: Estados: w , q y θ .

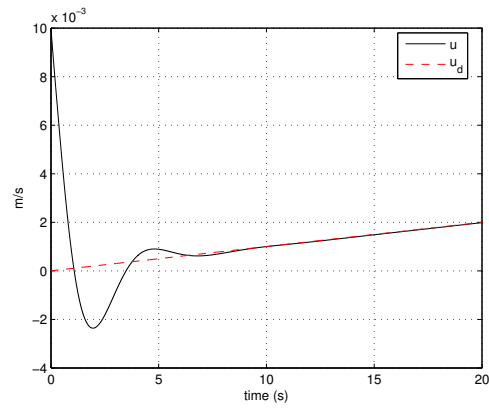


Fig. 2.16: Velocidad lineal u y referencia u_d .

Capítulo 3

Sistema de Navegación y Plataforma Aerodinámica

El sistema de Navegación permite a un vehículo aéreo desplazarse de un punto inicial a un punto final a través de una trayectoria recorrida. En aeronaves pilotadas, la navegación se basa tradicionalmente en sistemas de radiofaros conocidos como NBD (Non Directional Beacon) y VOR (Very High Frequency Omnidirectional Range). Sin embargo, con la llegada de nuevas tecnologías y la creciente demanda en el campo de los VANT, estos radiofaros están siendo sustituidos por sistema de navegación basados en el Sistema de Posicionamiento Global (GPS), los cuales calculan la posición del VANT en tiempo real a partir de un marco de referencia inercial y las ecuaciones de movimiento descritas en el capítulo 2.

3.1 Bloques del Sistema GPS

El sistema GPS es un sistema de navegación satelital basado en radio frecuencia, el cual es operado por los Estados Unidos de America, estando disponible con una muy alta precisión para aplicaciones militares, y con una banda civil abierta y de menor precisión para el usuario promedio. El sistema GPS esta compuesto por una red de 24 satelites orbitando a una altura promedio de 20,200 km, el cual se basa en mediciones hechas bajo el concepto de “Tiempo de Llegada (TOA)” para determinar la posición del usuario. Para su funcionamiento, el sistema GPS se divide en 3 segmentos, desde los cuales se efectuan los cálculos y correcciones necesarias para garantizar la precisión del sistema.

3.1.1 Segmento Espacial

El segmento espacial consiste en una red de 24 vehículos satelitales (SV) que completan una órbita aproximadamente cada 12 horas. Existen en total 6 planos orbitales igualmente espaciados (60°) y con una inclinación de 55° respecto al plano ecuatorial. Dentro de cada plano hay nominalmente 4 satélites, lo cual garantiza que la constelación GPS es capaz de proporcionar entre 5 y 8 satélites visibles desde cualquier lugar de la tierra y a cualquier hora.

3.1.2 Segmento de Control

Los satélites repiten la misma trayectoria diariamente y se adelantan 4 minutos, es por ello que es necesario corregir los datos de su trayectoria mediante un segmento de control.

Este bloque se encuentra formado por 5 estaciones terrestres alrededor del mundo. Cada una de estas estaciones monitoras recibe la señal de cada satélite y calcula su órbita exacta. Los errores existentes en la información (efemérides del sistema) son calculados y enviados a la estación central de control ubicada en la base aérea Falcon, ubicada en Colorado, EUA. Desde aquí, esta información es procesada para calcular las efemérides, los estados de los relojes y el satélite en general, y transmitida nuevamente al segmento espacial para realizar correcciones y modificaciones en la órbita y garantizar la precisión del sistema.

3.1.3 Segmento de Usuario

El segmento de usuario esta compuesto por un receptor pasivo, que puede calcular la posición en el espacio tridimensional (x, y, z) utilizando la señal de mínimo 4 satélites. La aplicación principal de este bloque es la navegación en 3 dimensiones.

3.2 Funcionamiento del Sistema GPS

Supongamos que inicialmente la posición del satélite es conocida y que el reloj de satélite y el reloj del receptor se encuentran sincronizados. Si el satélite emite una señal de radiofrecuencia que se propaga a la velocidad c , entonces la distancia del satélite al receptor será $d = c * t$. Si se emplea únicamente un satélite, la posición del receptor se encontrará sobre una circunferencia de radio $c * t$. Sin embargo, en la práctica el reloj del satélite

y el receptor no se encuentran en sincronía, por lo que el error debido a esta diferencia es conocido como *pseudorango*, entonces la posición del receptor se encuentra sobre la circunferencia $R_1 + \epsilon$, donde R_1 es el tiempo de llegada de la señal desde el satélite hacia el receptor, y ϵ es el pseudorango.

Si se realiza una medición simultánea del TOA de una señal perteneciente a un segundo satélite, entonces la posición del receptor se localizaría en las intersecciones de 2 circunferencias de radio $R_1 + \epsilon_1$ y $R_2 + \epsilon_2$ respectivamente (Fig.3.1):

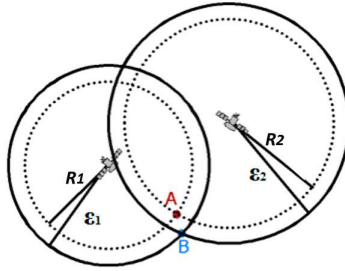


Fig. 3.1: TOA para 2 señales simultáneas de GPS.

La ambigüedad en la posición puede resolverse mediante la medición de una tercera señal, donde podemos localizar una zona definida por la intersección de los pseudorangos de las 3 señales, que representa el área dentro de la cuál se encuentra el receptor (Fig.3.2).

De igual manera, y para obtener una estimación de la altitud, el receptor realiza una medición del TOA a un cuarto satélite.

3.2.1 Señal Portadora y Mensaje de Navegación (Protocolo NMEA)

El servicio de posicionamiento global GPS funciona a 2 niveles de servicio. El primero de ellos se conoce como Servicio de Posicionamiento Preciso (**PPS**), el cuál es una emisión de servicio militar con uso restringido a equipos autorizados por el Gobierno de EUA, y el Servicio de Posicionamiento Estándar (**SPS**), el cual comprende la banda civil del sistema y no cuenta con restricciones ni costo adicional para el usuario, pero que cuenta con una precisión

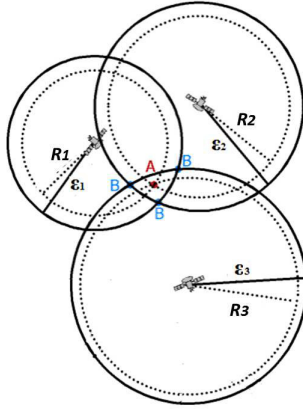


Fig. 3.2: TOA para 3 señales simultaneas de GPS.

de alrededor de 100 metros de precisión horizontal y 156 metros de precisión vertical.

Los satélites GPS transmiten estos 2 servicios por medio de 2 señales portadoras, conocidas como:

- **Señal L1:** Esta señal se transmite a una frecuencia de 1575.42 MHz y contiene la señal de navegación y el código SPS.
- **Señal L2:** La señal L2 (1227.6 MHz) es una señal de precisión que contiene el código PPS, el cual compensa los errores debido a la propagación de las ondas de radio en la ionósfera, aumentando la precisión del sistema.

El mensaje de navegación es transmitido mediante un protocolo estándar de comunicación denominado NMEA 183 (National Marine Electronic Association), el cual permite la comunicación entre diversos tipos de instrumentos electrónicos.

El estándar NMEA 183 utiliza un protocolo de comunucación serial ASCII que permite que la información sea transmitida mediante líneas o sentencias en modo de *broadcast*, es decir, un solo emisor envía información a multitud de receptores, y que transmite la información mediante códigos PRN (Pseudo Random Noise), los cuales son señales pseudoaleatorias que se repiten cada $1ms$.

Tabla. 3.1: Códigos PRN que se repiten con el tiempo.

Códigos del protocolo NMEA	
\$GPBOD	Bearing, origin to destination
\$GPBWC	Bearing and distance to waypoint, great circle
\$GPGGA	Global Positioning System Fix Data
\$GPGLL	Geographic position, latitude / longitude
\$GPGSA	GPS DOP and active satellites
\$GPGSV	GPS Satellites in view
\$GPHDT	Heading, True
\$GPR00	List of waypoints in currently active route
\$GPRMA	Recommended minimum specific Loran-C data
\$GPRMB	Recommended minimum navigation info
\$GPRMC	Recommended minimum specific GPS/Transit data
\$GPRTE	Routes
\$GPTRF	Transit Fix Data
\$GPSTN	Multiple Data ID
\$GPVBW	Dual Ground / Water Speed
\$GPVTG	Track made good and ground speed
\$GPWPL	Waypoint location
\$GPXTE	Cross-track error, Measured
\$GPZDA	Date & Time

Hay un total de 19 sentencias típicas del protocolo NMEA 183 que puede ser empleadas en dispositivos GPS, las cuales se mencionan en la Tabla 3.1:

Cada una de estas sentencias contiene información acerca del tiempo UTC, estado y órbita de los satélites, etcétera, que junto con el tiempo de llegada de la señal portadora L1 de banda civil, permiten calcular la posición del receptor (La cuál posteriormente es también transmitida mediante estas sentencias) en un punto de la tierra como se detalla en la sección 3.2.3.

3.2.2 Autocorrelación de la Señal

Para la determinación del tiempo exacto de llegada de los mensajes de los satélites al receptor se utiliza una técnica especial denominada *Autocorrelación*. Cada receptor puede producir hasta 32 códigos PRN distintos, cada uno de estos códigos presentan una apariencia aleatoria pero están formados por una secuencia única para cada satélite y que se repite cada cierto tiempo (Fig. 3.3).

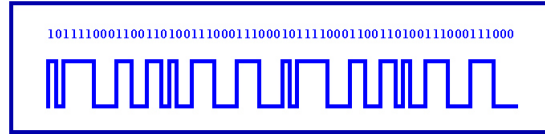


Fig. 3.3: Muestra de un código PRN que se repite con el tiempo.

El receptor desliza en el tiempo la réplica del código PRN hasta que coincide con la señal que recibe del satélite. Si el receptor emplea una secuencia PRN distinta a la del satélite no hay correlación (Fig. 3.4).

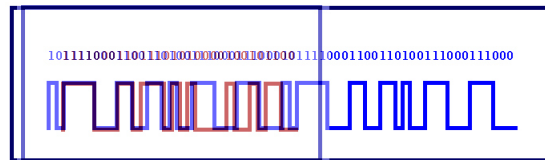


Fig. 3.4: No hay correlación cuando se el receptor utiliza un código PRN distinto.

En el mensaje de navegación se encuentra contenido el tiempo actual y el tiempo UTC (Tiempo Universal Coordinado) en el que es enviada la señal desde el satélite. Cuando la señal es recibida por el receptor, el deslizamiento necesario para conseguir la correlación completa entre el código PRN recibido y el código PRN del receptor permite calcular el tiempo de llegada del mensaje. La estimación de la distancia entre receptor y satélite obtenida de esta medida se conoce como pseudorango [24].

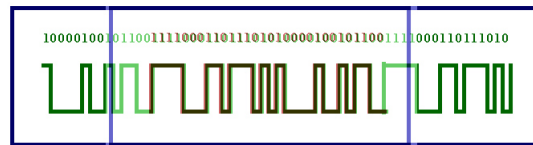


Fig. 3.5: Correlación completa entre el PRN del satélite y la réplica del receptor.

3.2.3 Cálculo de las Coordenadas del Receptor

El cálculo de las coordenadas del usuario $\vec{U} = (X_u, Y_u, Z_u)$ requiere conocer el tiempo de llegada de la señal desde que es emitida por el vehículo satelital (sv) en órbita, hasta que esta es detectada por el receptor, por esta razón, se requiere conocer con precisión las coordenadas de la órbita de satélite $\vec{S} = (X_{sv}, Y_{sv}, Z_{sv})$, las cuáles son medidas respecto al sistema de referencia WGS84 (Fig. 3.6).

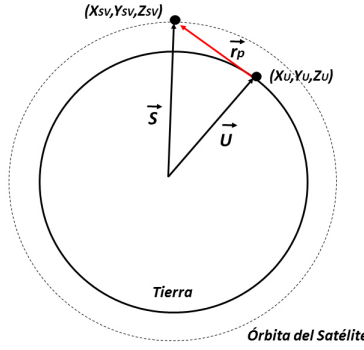


Fig. 3.6: Para el cálculo de las coordenadas del receptor, el sistema GPS debe conocer también las coordenadas del satélite.

Entonces, el vector \vec{r}_p representa la distancia del satélite al receptor y puede expresarse cómo:

$$\begin{aligned}\vec{r}_p &= \vec{S} - \vec{U} \\ \|\vec{r}_p\| &= \|\vec{S} - \vec{U}\| \\ r_p &= \|\vec{S} - \vec{U}\|\end{aligned}\tag{3.1}$$

Siendo r_p un escalar. El tiempo medido por las estaciones de control y los satelites GPS se denomina *Tiempo GPS* y coincide con el Tiempo Universal Coordinado(UTC). Dado que un error de $1\mu s$ puede representar un error en posición de:

$$(3 \times 10^8)(0.1 \times 10^6) = 30m$$

Entonces el receptor GPS debe conocer el error de su reloj respecto al tiempo GPS para minimizar el error en posición, para esto se emplea un metodo de estimación que permite reducir este error, y en el que se requiere resolver los siguientes problemas:

- Es necesario conocer el tiempo en el que el SV envía el mensaje.
- Conocer el tiempo en el que el mensaje es interceptado por el receptor.
- Determinar el error que tienen el reloj del receptor respecto al reloj de los satélites.

El proceso de estimación de la posición se realiza entonces de la siguiente manera (Fig. 3.7):

1. El satélite transmite la señal en el instante T_{sv} .
2. El receptor recibe la señal en el instante T_r .
3. Si el reloj del SV y el reloj del receptor se encuentran sincronizados, entonces la distancia es:

$$D_r = c(T_r - T_{sv})$$

4. Si $T_{sv} > T_t$ o $T_{sv} < T_t$, entonces existe un tiempo de deriva del satélite T_{es} o un tiempo de deriva del receptor T_{er} o ambos.
5. Entonces la lectura del tiempo en el satélite es:

$$T_{sv} + T_{es}$$

6. Y la lectura del tiempo en el receptor:

$$T_r + T_{er}$$

Entonces el tiempo total que viaja la señal es:

$$T_t = T_r + T_{er} - T_{sv} - T_{es} \quad (3.2)$$

Y la distancia del SV al receptor:

$$\begin{aligned} D_r &= cT_t = c(T_r + T_{er} - T_{sv} - T_{es}) \\ &= c(T_r - T_{sv}) + c(T_{er} - T_{es}) \end{aligned} \quad (3.3)$$

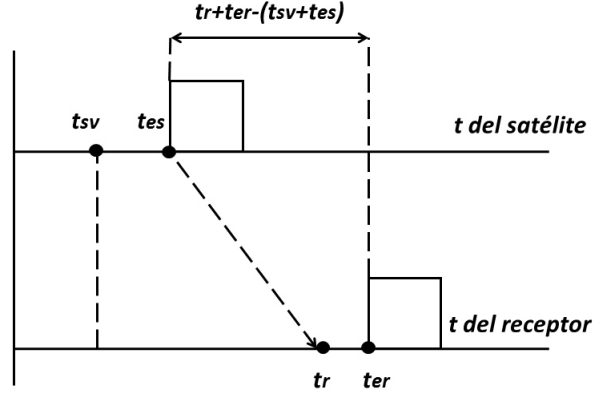


Fig. 3.7: TOA del mensaje de navegación con error de sincronización del SV respecto al receptor.

donde las distancias $c(T_r - T_{sv})$ y $c(T_r + T_{er} - T_{sv} - T_{es})$ son conocidas como *rango geométrico* (r_p) y *Pseudorango* (ρ).

$$D_r = \rho = r_p + c(T_r - T_{es}) \quad (3.4)$$

Combinando entonces las ecuaciones (3.1) y (3.4), podemos escribir:

$$\rho - c(T_{er} - T_{es}) = \|\vec{S} - \vec{U}\| \quad (3.5)$$

La cantidad $c(T_{sv})$ representa el error en distancia debido al desfase en la señal, y este error de desfase es corregido por las estaciones de control y transmitido a los SV para ser almacenado en memoria y posteriormente ser transmitido al segmento de usuario, por lo que $T_{sv} = 0$. De esta manera, el único error a calcular es error del receptor.

$$\rho = \|\vec{S} - \vec{U}\| + c(T_{er}) \quad (3.6)$$

La ecuación anterior puede expresarse entonces como:

$$\rho = \sqrt{(X_{sv} - X_u)^2 + (Y_{sv} - Y_u)^2 + (Z_{sv} - Z_u)^2} + c(T_{er}) \quad (3.7)$$

Dado que el segmento de control monitorea constante las órbitas de los satélites y realiza los ajustes necesarios para conocer (X_{sv}, Y_{sv}, Z_{sv}) , entonces la ecuación (3.7) se convierte en una ecuación con 4 incógnitas, por lo que se necesitan igual número de ecuaciones; es decir, se debe realizar la lectura de 4 pseudorángos correspondientes a 4 satélites distintos para resolver el sistema y conocer la posición del usuario y el error del receptor.

$$\sum_{i=0}^4 \rho_i = \sqrt{(X_i - X_u)^2 + (Y_i - Y_u)^2 + (Z_i - Z_u)^2} + c(T_{er}) \quad (3.8)$$

donde las (X_i, Y_i, Z_i) representas las coordenadas de posición para el i -ésimo satélite.

Toda medición de las coordenadas de usuario conlleva a una diferencia entre la posición verdadera (X_u, Y_u, Z_u) y la posición estimada $(\hat{X}_u, \hat{Y}_u, \hat{Z}_u)$, siendo esta diferencia $(\Delta X_u, \Delta Y_u, \Delta Z_u)$ [25] donde:

$$\begin{aligned} X_u &= \hat{X}_u + \Delta X_u \\ Y_u &= \hat{Y}_u + \Delta Y_u \\ Z_u &= \hat{Z}_u + \Delta Z_u \\ T_{er} &= \hat{T}_{er} + \Delta T_{er} \end{aligned} \quad (3.9)$$

Entonces el pseudorango estimado es:

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^4 \hat{\rho}_i &= \sqrt{(X_i - \hat{X}_u)^2 + (Y_i - \hat{Y}_u)^2 + (Z_i - \hat{Z}_u)^2} + c(\hat{T}_{er}) \\ &= f_i(\hat{X}_u, \hat{Y}_u, \hat{Z}_u, \hat{t}_{er}) \end{aligned} \quad (3.10)$$

La ecuación (3.10) puede estimarse mediante una expansión en Series de Taylor alrededor de las coordenadas y el pseudorango calculado en (3.7) [24], por lo que despreciando los terminos correspondientes a las derivadas parciales de segundo orden o superior, se obtiene:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f(\hat{X}_u, \hat{Y}_u, \hat{Z}_u, \hat{T}_{er})}{\partial \hat{X}_u} &= -\frac{X_j - \hat{X}_u}{\hat{r}_j} \\
\frac{\partial f(\hat{X}_u, \hat{Y}_u, \hat{Z}_u, \hat{T}_{er})}{\partial \hat{Y}_u} &= -\frac{Y_j - \hat{Y}_u}{\hat{r}_j} \\
\frac{\partial f(\hat{X}_u, \hat{Y}_u, \hat{Z}_u, \hat{T}_{er})}{\partial \hat{Z}_u} &= -\frac{Z_j - \hat{Z}_u}{\hat{r}_j} \\
\frac{\partial f(\hat{X}_u, \hat{Y}_u, \hat{Z}_u, \hat{T}_{er})}{\partial \hat{T}_{er}} &= c
\end{aligned} \tag{3.11}$$

donde:

$$\hat{r}_j = \sqrt{(X_j - \hat{X}_u)^2 + (Y_j - \hat{Y}_u)^2 + (Z_j - \hat{Z}_u)^2}$$

Entonces la ecuación (3.10) expandida en Serie de Taylor con las derivadas parciales expresadas en (3.11), en combinación con (3.7) nos produce:

$$\begin{aligned}
\Delta \rho &= \hat{\rho}_j - \rho_j \\
\hat{\rho}_j - \rho_j &= \frac{X_j - \hat{X}_u}{\hat{r}_j} \Delta X_u + \frac{Y_j - \hat{Y}_u}{\hat{r}_j} \Delta Y_u + \frac{Z_j - \hat{Z}_u}{\hat{r}_j} \Delta Z_u - c T_{er}
\end{aligned} \tag{3.12}$$

donde la ecuación anterior representa la posición aproximada del usuario respecto al j -ésimo satélite.

El GPS también ofrece la posibilidad de determinar la velocidad traslacional del usuario, esto puede realizarse mediante una aproximación a la derivada de la posición de la forma:

$$\dot{\vec{U}} = \frac{d\vec{U}}{dt} = \frac{\vec{U}(t_2) - \vec{U}(t_1)}{t_2 - t_1} \tag{3.13}$$

Esta aproximación es válida únicamente cuando la velocidad del usuario es aproximadamente constante.

3.3 Geoide para diseño del sistema de navegacion

El modelo estándar utilizado para determinar las coordenadas de latitud, longitud y altura en el sistema GPS se conoce como WGS84 (World Geodetic

System 84). El estándar WGS84 es un modelo detallado de la superficie terrestre, el cual considera las diversas variaciones del terreno en diferentes porciones del planeta, y utiliza estas variaciones para estimar la altura del receptor. Este modelo considera la tierra con una superficie elipsoidal (Elipsoide de referencia) con secciones transversales circulares cómo se ve en la figura (3.8), donde el semieje mayor ($a = 6,378.137km$) coincide con la mitad del diámetro ecuatorial de la tierra, y el semieje menor ($b = 6356.7523142km$) coincide con el diámetro polar.

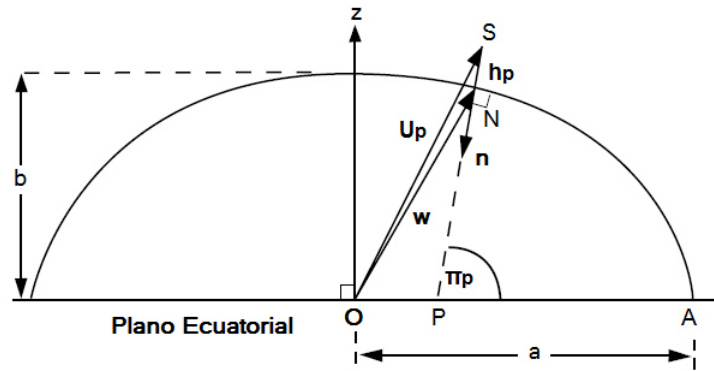


Fig. 3.8: Diagrama del modelo de la tierra WGS84.

El modelo WGS84 utiliza un marco de referencia ECEF fijo en la elipsoide de referencia, donde el punto O corresponde al centro de la tierra. Si un usuario se encuentra en un punto U_p en la superficie de la tierra con coordenadas (X_u, Y_u, Z_u) y a una altura h_p respecto a la elipsoide de referencia, entonces la proyección de un vector n en dirección 90° respecto a la superficie y dirigido hacia el centro de la tierra pasa a través de un punto P , que no necesariamente coincide con el centro de la tierra. De esta manera, el cálculo de las coordenadas de la altura del receptor GPS puede presentar una variación respecto a la altura sobre el nivel del mar del receptor.

Un parámetro importante en el modelo WGS84 es la excentricidad de la elipse:

$$\epsilon^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2} = 0.006694387999014$$

donde el otro parámetro utilizado para caracterizar la elipsoide de referencia es la segunda excentricidad, definida cómo:

$$\epsilon'^2 = \frac{a^2}{b^2} \epsilon^2 = 0.00673949674228$$

Los parámetros de latitud (λ_p), longitud (ϕ_p) y altura (h_p) respecto a la elipsoide de referencia son conocidos como "coordenadas geodéticas". Entonces, para convertir las coordenadas geodéticas en coordenadas cartesianas en el marco de referencia ECEF:

$$\vec{U} = \begin{bmatrix} \frac{a \cdot \cos(\lambda_p)}{\sqrt{1+(1-\epsilon^2)\tan^2\phi_p}} + h \cdot \cos(\lambda_p)\cos(\phi_p) \\ \frac{a \cdot \sin(\lambda_p)}{\sqrt{1+(1-\epsilon^2)\tan^2\phi_p}} + h \cdot \sin(\lambda_p)\cos(\phi_p) \\ \frac{a(1-\epsilon^2)\sin(\phi_p)}{\sqrt{1-\epsilon^2\sin^2\phi_p}} + h \cdot \sin(\phi_p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_u \\ Y_u \\ Z_u \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

En la ecuación (3.14), todos los parámetros son conocidos, excepto el parametro h_p , el cual representa el cálculo de la altura respecto a la elipsoide de referencia, considerando la topografía del lugar y la geoide terrestre (Ver Fig.3.9).

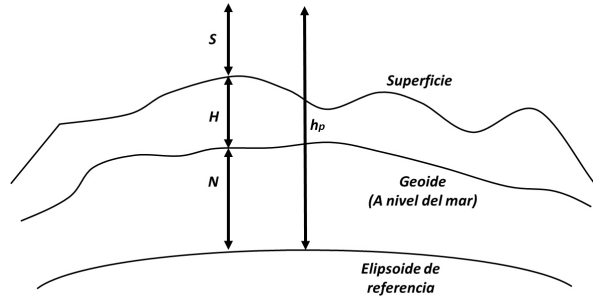


Fig. 3.9: Cálculo de la altura h respecto a WGS84 y la geoide terrestre.

La energía de un cuerpo es la capacidad que tiene para desarrollar un trabajo (Energía interna), en este sentido, todo cuerpo que no realiza trabajo posee una energía potencial. La geoide se define en función de la posición de un cuerpo respecto a la superficie terrestre, donde la geoide es la superficie generada considerando una energía potencial constante (energía geopotencial) y típicamente se refiere a ella como la altura promedio del nivel del

mar. Entonces la altura sobre la geoide (Height Above Geoid - HAE) se define como:

$$h_p = H + N + S \quad (3.15)$$

donde N es la separación geoidal y es un parámetro conocido de acuerdo al modelo WGS84 y proporcionado por un receptor GPS, H es la altura sobre el nivel del mar y varía en función de la posición del receptor y puede ser estimada mediante el conjunto de ecuaciones (3.7), y S es la altura a la que se encuentra el receptor si este se encuentra en una aeronave. Por lo tanto, conociendo h_p y sustituyendo en (3.14), podemos estimar la posición del receptor en coordenadas cartesianas y en un marco de referencia ECEF.

3.4 Estimación de la Posición del Vehículo Aéreo

Para conocer las variables descritas en las ecuaciones (C.3), (C.8), (C.21) y (C.26), la estimación de la posición se obtuvo mediante la utilización de un sensor de GPS *UBLOX LEA-5H* y un microcontrolador *Arduino Nano* conectado al puerto serial de la PC (Fig. 3.10).

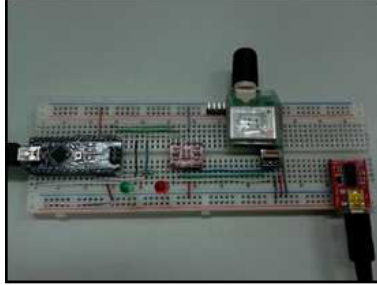


Fig. 3.10: Microcontrolador Arduino Nano y módulo GPS Ublox-LEA-5H.

Cómo se mencionó en la sección (1.2), una de las principales problemáticas respecto a la investigación en sistemas de navegación es el hermetismo que se maneja respecto a los componentes y técnicas utilizados. Debido a esto y a la sencillez de su lenguaje de programación, se eligió un microcontrolador Arduino en el cual se desarrolló un código capaz de leer y descifrar el mensaje de navegación enviado por el módulo GPS, con la finalidad de poder manipular libremente los datos recibidos.

El código generado es capaz de leer las cadenas emitidas por el receptor GPS a una frecuencia de 1 Hz, las cuales se muestran en la Tabla 3.2.

Tabla. 3.2: Mensaje de Navegación obtenido mediante código en Arduino.

```

21:16:23 $GPRMC,211623.00,A,2551.88362,N,10014.71562,W,2.750,118.78,060314,,,D*7C
21:16:23 $GPVTG,118.78,T,,M,2.750,N,5.093,K,D*30
21:16:23 $GPGGA,211623.00,2551.88362,N,10014.71562,W,2.07,1.43,452.6,M,-16.8,M,,0000*69
21:16:23 $GPGSA,A,3,16,31,32,51,20,14,23,,,,,2.60,1.43,2.17*02
21:16:23 $GPGSV,4,1,13,03,,,28,11,06,219,,13,02,296,35,14,10,096,34*4C
21:16:23 $GPGSV,4,2,13,16,53,165,37,20,54,297,38,23,28,314,37,27,04,159,29*70
21:16:23 $GPGSV,4,3,13,30,34,256,30,31,35,034,27,32,77,191,39,48,43,235,*71
21:16:23 $GPGSV,4,4,13,51,59,195,40*4A
21:16:23 $GPGLL,2551.88362,N,10014.71562,W,211623.00,A,D*7C

```

La sentencia utilizada del mensaje de navegación fue la cadena `$GPGGA` debido a que esta contiene los datos mostrados en la Tabla 3.3, los cuales nos permiten estimar la latitud, longitud y altura sobre la geoide del receptor, para posteriormente ser convertidas a las coordenadas $\mathcal{I} = (x_{\mathcal{I}}, y_{\mathcal{I}}, z_{\mathcal{I}})$ mediante la ecuación (3.14).

Nombre	Dato	Descripción
Identificador de Sentencia	\$GPGGA	Datos Corregidos
Tiempo	211712.00	21:17:12 Horas en UTC
Latitud	2551.84771, <i>N</i>	25° 51.84771' <i>Norte</i>
Longitud	10014.71185, <i>W</i>	100° 14.71185' <i>Oeste</i>
Calidad de Corrección 0 = Invalido 1 = Corrección GPS 2 = DGPS	2	Datos de DGPS
Número de Satélites	08	5 Satélites a la vista
HDOP	1.45	Precisión Horizontal Relativa*
Altitud	456.4, M	456.4 msnm
HAE	-16.8,M	-16.8 metros
Tiempo desde última actualización DGPS		No hay actualización
ID de estación de referencia GPS		No hay ID de estación
Checksum	*62	Usado por el programa para buscar errores de transmisión

*La precisión horizontal horizontal relativa (HDOP) es una fuente de error generada por posición relativa de los satélites en el horizonte y sus valores se estiman de la siguiente manera: <1 Ideal, 1-2 excelente, 2-5 bueno, 5-10 moderado, 10-20 pobre, >20 deficiente.

Tabla. 3.3: Sentencia GPGGA: Datos corregidos del Sistema de Posicionamiento Global.

3.4.1 Promediador de la Señal GPS

Debido a que el sensor GPS presenta errores en la estimación de la posición, se realizó un promediador para la señal obtenida con el fin de aumentar la precisión. Las coordenadas geodéticas son almacenadas mediante un script en PC, y posteriormente son convertidas a coordenadas cartesianas, donde el origen se establecerá en función del número de satélites disponibles y la Dilución Horizontal de la Precisión (HDOP)[24], tal como se muestra en la aproximación vectorial (Ver Fig. 3.11) descrita a continuación:

1. Se establecen, en el algoritmo, las condiciones $HDOP < 2$ y número de satélites visibles > 6 para garantizar la precisión en la estimación de las coordenadas geodéticas de posición.
2. Se transforma la latitud y longitud y se establece un vector de referencia $\vec{P}_{ref} = (X_{ref}, Y_{ref}, Z_{ref})$ del centro del marco de referencia ECEF con el modelo WGS84 hacia la posición actual del receptor. Esta posición se establece como el origen del marco de referencia \mathcal{I} y como punto de inicio del recorrido.
3. Se obtiene el promedio de la señal obtenida para las coordenadas $x_{\mathcal{I}}$, $y_{\mathcal{I}}$ y $z_{\mathcal{I}}$ para reducir el error en la estimación de la posición.
4. Se inicia el recorrido para trazar la ruta de puntos GPS. Se establece un vector del centro de WGS84 hacia la posición actual del usuario $\vec{P}_u = (X_u, Y_u, Z_u)$.
5. Se define un tercer vector $\vec{R}_e = \vec{P}_u - \vec{P}_{ref}$ y se calcula su modulo en cada iteración, para después almacenar el dato en memoria.
6. Se realizan recorridos de prueba partiendo desde el punto inicial P_{ref} y terminando el recorrido en el mismo lugar. La diferencia en el modulo del vector \vec{R}_e después de un tiempo t (Al final del recorrido) es el error en posición.
7. Se realizan diferentes recorridos y se calcula la desviación estándar del error en posición.

Una vez obtenidas las coordenadas cartesianas, estas son graficadas utilizando aplicaciones gratuitas de mapas satelitales en línea, con lo que podemos obtener las rutas seguidas por el receptor GPS (Fig. 3.12).

En las Fig. 3.13, 3.14 y 3.15 se muestran las gráficas correspondientes a la variación en $x_{\mathcal{I}}$, $y_{\mathcal{I}}$ y $z_{\mathcal{I}}$ con el promediador propuesto para la ruta

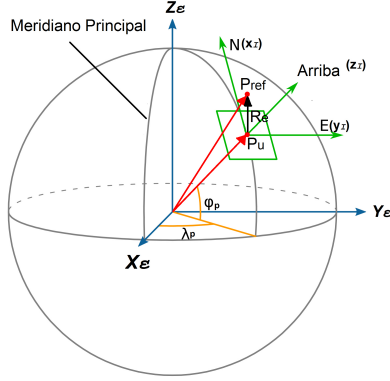


Fig. 3.11: Aproximación vectorial para estimación del error en posición.



Fig. 3.12: Puntos GPS obtenidos mediante Arduino para estimación de la posición.

seguida, donde se observa que al regresar al punto de origen, la estimación en para x_I y y_I tiende a cero. Para la variable z_I , sin promediador se presenta un error en posición de hasta 13 metros debido principalmente a errores atmosféricos[24], pero mediante el código generado se obtiene un error de alrededor de 1 metro, el cual se considera aceptable.

En la Fig. 3.16 se muestra la trayectoria en 3D realizada por el sistema partiendo del punto del origen en I , donde se observa que las coordenadas obtenidas representan con precisión la ruta mostrada en la Fig. 3.12.

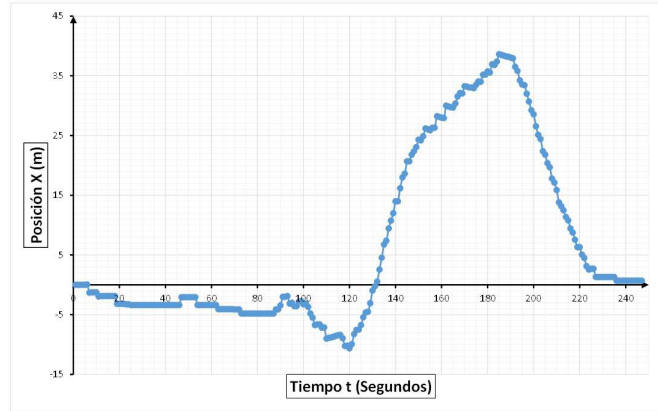


Fig. 3.13: Variación de la posición en X obtenida mediante el GPS.

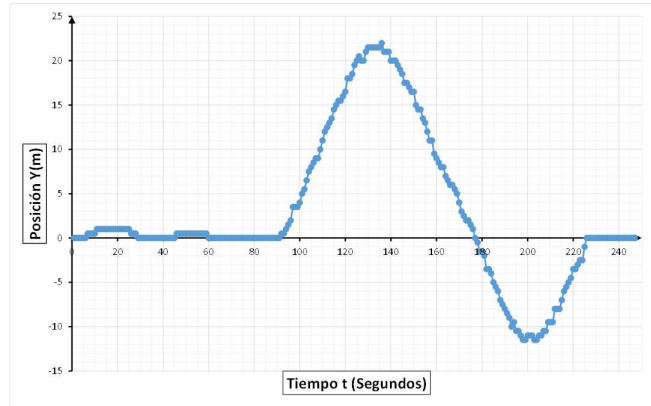


Fig. 3.14: Variación de la posición en Y obtenida mediante el GPS.

Además de la posición, también es posible estimar la velocidad promedio del receptor mediante la aproximación expresada en la ecuación (3.13). Esta ecuación es válida únicamente bajo la consideración de que las posiciones $\vec{U}(t_1)$ y $\vec{U}(t_2)$ son relativamente pequeñas. Dado que el GPS civil trabaja bajo el protocolo SPS, el error en la estimación de estos 2 parámetros produce a su vez un error en la estimación de la velocidad, el cual puede ser analizado mediante una fusión de datos con los sensores propuestos para la aeronave y descritos en el capítulo 4.

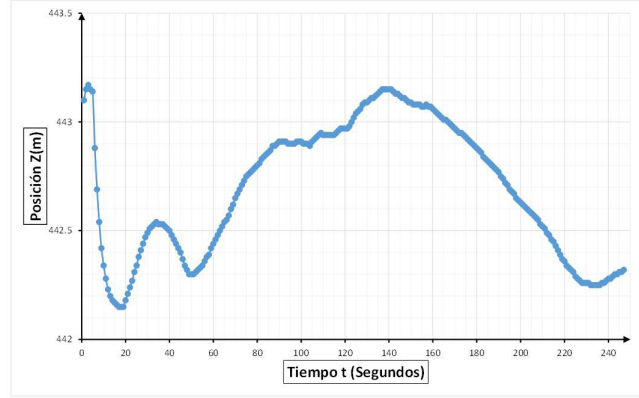


Fig. 3.15: Variación de la posición en Z obtenida mediante el GPS.

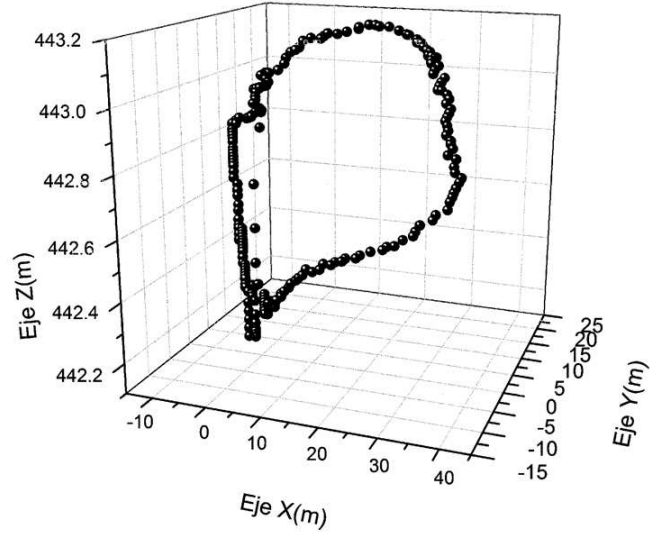


Fig. 3.16: Trayectoria 3D relativa a \mathcal{I} .

Una vez que el receptor ha regresado al punto inicial del recorrido, se estima la posición utilizando la ecuación (C.1), donde el vector \mathbf{r}_{pos} repre-

Tabla. 3.4: Error en metros para 50 muestras de \mathbf{r} respecto al tiempo.

Error \mathbf{r} en Posición respecto a \mathcal{I}				
1.27	3.41	2.19	2.81	2.68
2.12	2.46	3.75	2.69	3-13
2.73	3.54	2.96	2.95	3.45
2.06	2.71	3.25	1.73	2.93
2.54	2.94	2.48	2.96	2.39
3.69	2.18	2.84	2.27	2.68
1.52	2.75	3.27	2.54	2.87
2.83	2.89	2.93	3.46	3.32
3.37	2.13	3.35	3.02	2.36
2.95	2.5	2.22	2.9	2.45

senta entonces el error en metros respecto a \mathcal{I} . Se tomaron 50 muestras con un recorrido de $t = 5$ minutos, las cuales se muestran en la Tabla 3.4.

Con los datos obtenidos, se realizo un análisis de los datos con el fin de obtener su varianza σ^2 y con ella su desviación estándar σ , donde la varianza se define como:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

donde X_i = son los los n datos y \bar{X} es la media aritmética. De esta manera, se obtiene una desviación estándar $\sigma = 0.549$, es decir, se obtiene una precisión de $2.768 \pm 0.549m$, por lo cual los datos obtenidos mediante el algoritmo desarrollado se encuentran dentro del rango de precisión del GPS de uso civil.

Capítulo 4

Aviónica

El sistema de navegación de una aeronave se compone de distintos dispositivos que permiten al avión conocer el *estado* de su movimiento en todo momento, e interactuar con el medio ambiente a su alrededor. El desempeño en las tareas que le son asignadas al UAV depende entonces del modelado matemático que le permite a la aeronave "actuar" bajo determinadas condiciones, siendo los sensores a bordo los elementos que le permiten al UAV reconocer el entorno a su alrededor, y transmitiendo está información al modelo matemático para predecir el estado futuro, y realizar las correcciones necesarias si los datos de los sensores no se ajustan a las condiciones predichas. En este sentido, el UAV es un sistema que se auto-retroalimenta, y la integración de todo este proceso se conoce cómo la aviónica de la aeronave.

4.1 Aviónica del Mini Vehículo Aéreo

El mini vehículo propuesto para su implementación es designado cómo *XB-MIA*, el cual fue diseñado en su totalidad para ser una plataforma de gran estabilidad lateral-direccional (Anexo A). El sistema de aviónica del XB-MIA consiste en sensores de bajo costo tales como el módulo GPS, el cual proporciona las coordenadas estimadas, junto con una estimación de la velocidad traslacional. Una unidad de medición inercial (IMU) capaz de proveer la orientación y tasas de cambio angular, un filtro de kalman extendido que nos proporciona un estimado de los ángulos de guiñada, cabeceo y alabeo, los cuales son enviados al microcontrolador. En un futuro se propone utilizar un microcontrolador Beaglebone Black, debido a su mayor velocidad de procesamiento, y utilizarse a través de una interfaz serial cómo se muestra

en la fig. 4.1.

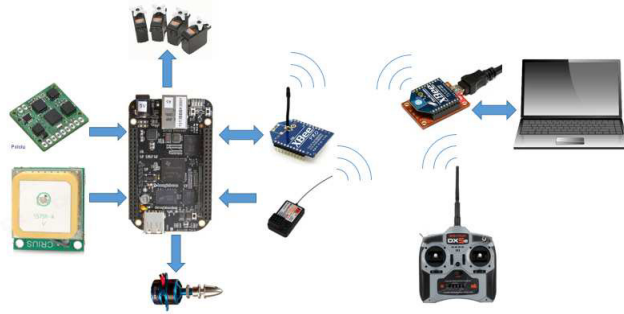


Fig. 4.1: Avionica del vehículo aéreo XB-MIA.

4.1.1 Sensores

Dado que se estudió la dinámica y estabilidad del sistema, y se propuso un controlador que es capaz de estabilizar el vehículo mediante simulaciones en matlab/simulink. El siguiente paso es la implementación del microcontrolador, siendo este alimentado por la información proveniente de los sistemas de aviónica.

4.1.2 Micronrolador Arduino

El microcontrolador Arduino es una plataforma de hardware-software cuya principal ventaja es ser una plataforma pre-armada con un lenguaje programación sencillo e ideal para el control de motores, y aplicaciones de control.

El microcontrolador seleccionado para este proyecto fue Arduino Nano, el cual es alimentado por una fuente de 5V de corriente directa, y que cuenta con 8 entradas análogas y 14 entradas digitales. En este microcontrolador se ha desarrollado el software de lectura de los diversos sensores utilizados y la integración de estos datos mediante un código de navegación que permitirá al mini vehículo aéreo navegar de manera autónoma y estable hasta un punto GPS indicado dentro del software.

El microcontrolador Arduino Nano ATmega 328 cuenta con las especificaciones mostradas en la tabla 4.1:

Tabla. 4.1: Arduino Nano ATmega328

Voltaje de Operación	5V
Voltaje máximo de Entrada	6-20V
Entradas/Salidas digitales	14
Salidas digitales PWM	6
Entradas análogas	8
Memoria Flash	32 KB
SRAM	2 KB
EEPROM	1 KB
Velocidad del reloj	16 MHz
Longitud	45 mm
Ancho	18 mm
Peso	5 g

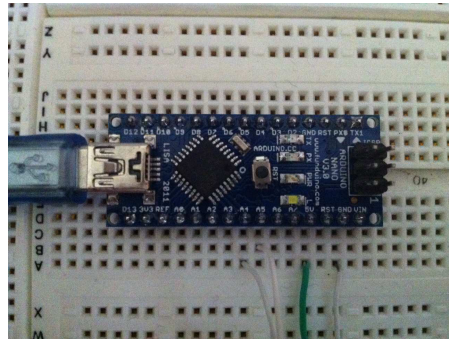


Fig. 4.2: Microcontrolador Arduino Nano.

4.1.3 Módulo GPS U-Blox LEA-5H

El módulo GPS funciona como un sensor de posición y velocidad entregando la latitud y longitud del vehículo aéreo y su velocidad traslacional por medio de la aproximación de la derivada (3.13).

El sensor utilizado fue un módulo U-BLOX LEA-5H, el cuál cuenta con las especificaciones mostradas en la Tabla 4.2, y con este se obtienen las coordenadas geodéticas y la velocidad por medio del puerto serial del microcontrolador. El código desarrollado para la obtención de las variables de posición se muestra en el anexo D.

Tabla. 4.2: Arduino Nano ATmega328

Configuración por Defecto de Navegación		
<i>Parámetro</i>	Configuración por Defecto	Unidad
Modo de corrección	Automático 2D/3D	
Altitud Corregida	N/A	#
Elevación mínima del SV	5	Grados
Precisión P	100	m
Precisión T	300	m
Configuración de Salida		
Período de Medición	1000	ms
Tasa de Medición	1	Ciclos

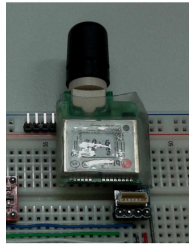


Fig. 4.3: Módulo GPS U-BLOX LEA-5H.

4.1.4 Central de Medición Inercial

La unidad de medición inercial o IMU (Inertial Measurement Unit) es el sensor encargado de proporcionar la orientación del vehículo aéreo por medio de la combinación de giróscopios y acelerómetros integrados. La central inercial utilizada es una IMU CH-Robotics CHR-6D (Fig. 4.4). La principal desventaja de su utilización es que estas son afectadas por la deriva[28], es decir, la acumulación del error en función del tiempo.

4.1.5 Sensor de Velocidad de Viento

El sensor de velocidad de viento o tubo pitot es un microsensor el cual nos permite obtener la medición de la corriente libre de viento en el marco aerodinámico. Este se caracterizó en el tunel de viento del centro de investigación, obteniendo una frecuencia de muestreo de 10 Hz (Ver Fig. 4.5 y

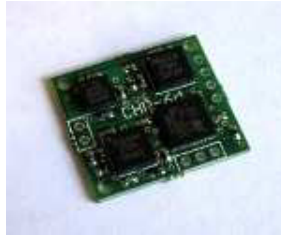


Fig. 4.4: Central Inercial CH-ROBOTICS.

Fig. 4.6).

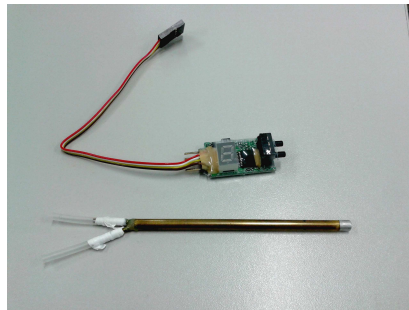


Fig. 4.5: Sensor de velocidad o tubo Pitot.

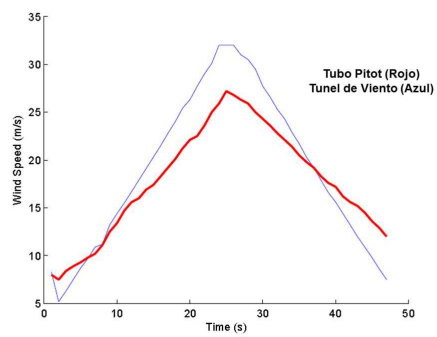


Fig. 4.6: Características del Tubo Pitot.

Conclusiones

En este trabajo de tesis se ha presentado el diseño aerodinámico, modelado y estabilidad para un mini vehículo aéreo de bajo costo.

El modelado aerodinámico fue realizado sobre la plataforma *XB-MIA*, la cual fue diseñada conforme al procedimiento mostrado en el anexo A. De los parámetros de diseño propuestos fue posible obtener los parámetros físicos del mini vehículo aéreo, los cuales fueron utilizados para en las ecuaciones de movimiento y posteriormente el diseño del controlador.

Las ecuaciones de movimiento se obtuvieron utilizando la formulación de Newton-Euler considerando parámetros aerodinámicos tales como las fuerzas de sustentación y arrastre del vehículo obtenidas a través de su gráfica polar, así como las fuerzas generadas por sus superficies de control.

Así mismo se obtuvieron las derivadas de estabilidad del vehículo mediante el software *XFLR5* para analizar su dinámica longitudinal a través del modo fugoide (phugoid) y el modo de periodo corto (short period). Se propuso además una ley de control clásica basada en frecuencia para garantizar la estabilidad ante perturbaciones en el modo fugoide. Posteriormente se realizó una simulación mediante matlab con el control propuesto donde se observa un buen desempeño del sistema aerodinámico.

Se generó además un código mediante Arduino para la obtención de las coordenadas en latitud y longitud de la plataforma, las cuales fueron convertidas a coordenadas cartesianas con un sistema de referencia con origen en la posición inicial del vehículo. En el código generado se realiza además un tratamiento de datos para minimizar el error en posición inherente al sistema GPS obteniéndose un error de 1.2 metros, el cual se considera aceptable para propósitos de navegación del vehículo aéreo.

Finalmente, se propone un sistema de aviónica para la plataforma aerodinámica con el fin de continuar en un futuro con los análisis del desempeño de la plataforma para lograr un vehículo aéreo totalmente autónomo.

Anexos

- A.1 - Diseño Aerodinámico de Plataforma Experimental
- A.2 - Matriz de Rotación
- A.3 - Fuerzas y Momentos
- A.4 - Código Para la Obtención de las Coordenadas Geodéticas

Anexo A

Diseño Aerodinámico de Plataforma Experimental

Para el desarrollo de un UAV, se propone un diseño propio, que sirva como plataforma experimental de bajo costo y fácil mantenimiento, construido en madera balsa, y que presente una gran fineza aerodinámica (Relación Levantamiento/Resistencia al avance) así como gran estabilidad aerodinámica.

Aerodinámica

El primer objetivo en el diseño preliminar de la aeronave, fue determinar el perfil alar que seria utilizado. Para ello, se descargó un software de análisis gratuito llamado **DesignFoil**. En este software es posible obtener una biblioteca muy amplia de perfiles aerodinámicos, así como analizar su desempeño bajo condiciones específicas de velocidad y densidad del aire. Con esto, es posible obtener la gráfica de levantamiento y arrastre que genera el perfil a diferentes ángulos de ataque, como se muestra en la figura A.1, por lo que, de todos los perfiles analizados, se eligió el perfil Goettigen 256 (Fig. A.2), debido a su alto coeficiente de levantamiento y facilidad de manufactura.

Posteriormente se establecen los parámetros básicos de diseño de la aeronave, tales como la velocidad, el levantamiento mínimo (el cual debe ser el peso estimado de la aeronave) para empezar a calcular las dimensiones del ala (A =Area alar) utilizando el C_L del perfil, donde ρ es la densidad del aire:

$$L = \frac{1}{2} \rho V^2 A C_L \quad (\text{A.1})$$

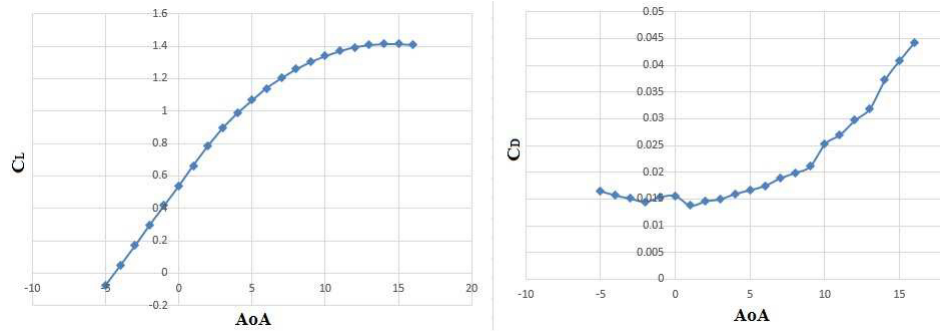


Fig. A.1: Distribución de Levantamiento y Arrastre a diferentes ángulos de ataque (AoA).

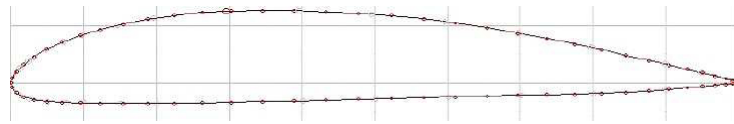


Fig. A.2: Perfil Goettingen 256.

De la literatura se puede obtener los valor adecuado para el Aspect Ratio (AR), que es la relación de aspecto entre la cuerda (C) y la envergadura del ala (b), de acuerdo al tipo de aeronave a construir. Así mismo, se pueden encontrar también los valores adecuados para el ángulo de incidencia y el ángulo diedro (para garantizar su estabilidad lateral) del ala. Los parámetros obtenidos fueron los siguientes:

Tabla. A.1: Parámetros Aerodinámicos.

Parámetros	Valores
Sustentación min. teorica (L)	$6.867N$
Área alar (S)	$0.29m^2$
Envergadura Ala (b)	$1.32m$
Cuerda Ala (C_W)	$0.22m$
Aspect Ratio (AR)	6
Ángulo de Incidencia (α_i)	1.63°
Ángulo Diedro (α_d)	3.66°

Con los parámetros obtenidos, se llevó a cabo una simulación en 3D mediante la herramienta incluida en **DesignFoil**, para obtener los valores de teóricos de sustentación del ala (Tabla A.2), donde se observa que la sustentación requerida mínima es obtenida a 5° , lejos del ángulo de entrada en pérdida del perfil (ver Fig.A.1).

Tabla. A.2: Sustentación teórica del ala a diferentes AoA.

AoA $^\circ$	Sust.(N)	AoA $^\circ$	Sust.(N)
1	3.95	6	7.58
2	4.67	7	8.3
3	5.4	8	9.01
4	6.13	9	9.74
5	6.85	10	10.44

Así mismo con cargas estáticas mediante el software **Solid Works** para dos configuraciones del ala, una con diedro en el centro y otra con diedro en las puntas. Los resultados obtenidos se muestran en la figura A.3, por lo que se eligió la configuración con diedro en las puntas debido a su menor concentración de esfuerzos:

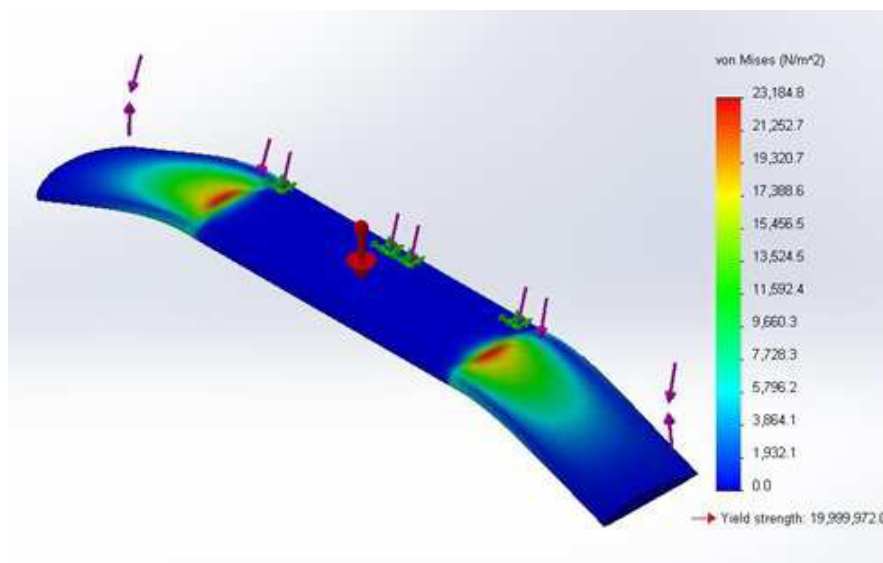


Fig. A.3: Configuración con diedro en el centro y en las puntas del ala.

Tabla. A.3: Parámetros de diseño del Empenaje.

Parámetros EH	Valores EH	Parámetros EV	Valores EV
Cuerda (C_{HS})	0.1099 m	Cuerda (C_{VS})	0.119 m
Envergadura (B_{HS})	0.4397 m	Envergadura (B_{VS})	0.1976 m
Dist. Brazo (X_{HS})	0.66 m	Dist. Brazo (X_{VS})	0.66 m
Aspect Ratio (AR_{HS})	4	Aspect Ratio (AR_{VS})	1.66
Cuerda Elevador (C_{EL})	0.022 m	Cuerda Elevador (C_{RD})	0.029 m
Envergadura Elevador (B_{EL})	0.44 m	Envergadura Elevador (B_{RD})	0.197 m

Para el diseño del estabilizador horizontal (EH) y vertical (EV), se siguió el mismo procedimiento de diseño que el ala, por lo que los valores obtenidos son presentados en la tabla A.3, donde la distancia de brazo es la distancia que hay entre los centros aerodinámicos del ala y del empenaje :

Para el diseño del fuselaje, se eligió un diseño estructurado para tener espacio interior para cargar con sensores y la electrónica del avión. Finalmente, se diseñó mediante **Solid Works** la estructura completa de la aeronave teniendo en cuenta todos los parámetros anteriores, por lo que el diseño final es presentado en la figura A.4.



Fig. A.4: Diseño final de la aeronave "Braver".

Con los momentos de inercia obtenidos mediante *Solid Works* (Ver Tabla A.4), se calculó la gráfica polar de la aeronave, de la cual podemos obtener la relación entre el coeficiente de sustentación y el coeficiente de arrastre total

Tabla. A.4: Momentos de Inercial del XB-MIA.

Momentos de Inercia ($Kg * m^2$)		
$I_{xx} = 0.156$	$I_{xy} = 0.0386$	$I_{xz} = 0.0586$
$I_{yx} = 0.0386$	$I_{yy} = 0.163$	$I_{yz} = 0.0664$
$I_{zx} = 0.0586$	$I_{zy} = 0.0664$	$I_{zz} = 0.0938$

(incluyendo todos los dispositivos y superficies de la aeronave) para obtener los parámetros de desempeño correspondientes a diferentes condiciones de vuelo (ver Fig. A.5).

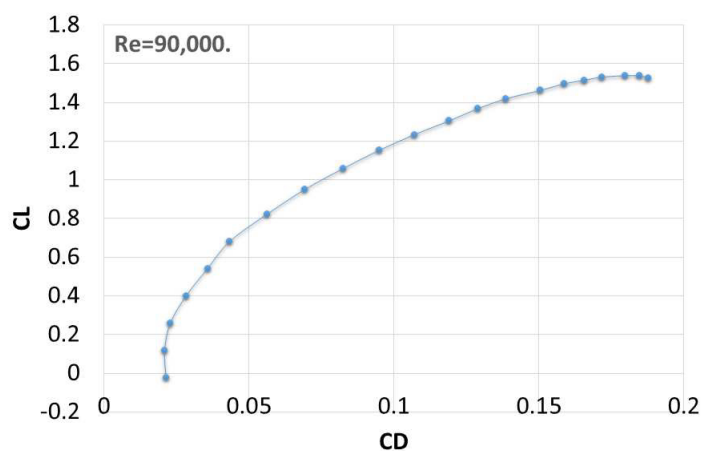


Fig. A.5: Gráfica Polar de la aeronave "Braver".

Anexo B

Matriz de Rotación

Los Ángulos de Euler se definen como las rotaciones de 3 ejes ortogonales y que cumplen la regla de la mano derecha. El orden de rotación de cada eje es indistinto, proporcionandonos una descripción del movimiento; sin embargo, se produce una matriz de transformación H no conmutativa, es decir, la matriz resultante es distinta dependiendo del orden de rotación asignado. Por ello, el estándar más utilizado en la descripción del movimiento mediante ángulos de Euler corresponde al orden siguiente (Ver Fig.B.1), donde utilizaremos la notación compacta $sen(a) = s_a$ y $cos(a) = c_a$, entonces:

1. Se comienza realizando una rotación alrededor del eje ox_3 para llevar a cabo la proyección de y_3 sobre y_2 a través del ángulo de alabeo (Roll) ϕ , con coordenadas (x_2, y_2, z_2) .

$$\begin{aligned} oy_3 &= ox_2 \\ oy_3 &= oy_2 c_\phi + oz_2 s_\phi \\ oz_3 &= -oy_2 s_\phi + oz_2 c_\phi \end{aligned} \tag{B.1}$$

Entonces escribiendo la ecuación (B.1) en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} ox_3 \\ oy_3 \\ oz_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_\phi & s_\phi \\ 0 & -s_\phi & c_\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ox_2 \\ oy_2 \\ oz_2 \end{bmatrix} \tag{B.2}$$

2. Se realiza después una rotación alrededor del eje oy_2 para llevar a cabo la proyección de x_2 sobre x_1 a través del ángulo de cabeceo (Pitch) θ con coordenadas (x_1, y_1, z_1) .

$$\begin{bmatrix} ox_2 \\ oy_2 \\ oz_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_\theta & 0 & -s_\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ s_\theta & 0 & c_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ox_1 \\ oy_1 \\ oz_1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.3})$$

3. Finalmente se realiza una rotación alrededor del eje oz_1 para llevar a cabo la proyección de x_1 sobre x_0 a través del ángulo de guiñada (Yaw) ψ con coordenadas finales (x_0, y_0, z_0) .

$$\begin{bmatrix} ox_1 \\ oy_1 \\ oz_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_\phi & s_\phi & 0 \\ -s_\phi & c_\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ox_0 \\ oy_0 \\ oz_0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

Sustituyendo entonces (B.4) en (B.3), y sustituyendo el resultado a su vez en (B.2) obtenemos:

$$\begin{bmatrix} ox_3 \\ oy_3 \\ oz_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_\phi & s_\phi \\ 0 & -s_\phi & c_\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_\theta & 0 & -s_\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ s_\theta & 0 & c_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_\phi & s_\phi & 0 \\ -s_\phi & c_\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ox_0 \\ oy_0 \\ oz_0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

donde la multiplicación de las matrices anteriores nos produce:

$$\begin{bmatrix} ox_3 \\ oy_3 \\ oz_3 \end{bmatrix} = \mathbf{M} \begin{bmatrix} ox_0 \\ oy_0 \\ oz_0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.6})$$

La matriz resultante \mathbf{M} , es entonces conocida como *matriz de cosenos directores* (Ec. B.7) y representa la transformación de coordenadas del marco de cuerpo al marco de referencia inercial ($\mathbf{M} : \mathcal{I} \rightarrow \mathcal{B}$)

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} c_\theta c_\psi & c_\theta s_\psi & -s_\theta \\ s_\phi s_\theta c_\psi - c_\phi s_\psi & s_\phi s_\theta s_\psi + c_\phi c_\psi & s_\phi c_\theta \\ c_\phi s_\theta c_\psi + s_\phi s_\psi & c_\phi s_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi & c_\phi c_\theta \end{bmatrix} \quad (\text{B.7})$$

Si consideramos ahora que las velocidades lineales corresponden se relacionan con los ejes del cuerpo de la forma $(ox_0, oy_0, oz_0) = (U_E, V_E, W_E)$, entonces (U_E, V_E, W_E) representan los componentes de la velocidad terrestre, por lo que entonces las componentes de perturbación en la velocidad (U, V, W) pueden relacionarse con los ejes de referencia del marco inercial de la forma $(ox_3, oy_3, oz_3) = (U, V, W)$. Por lo tanto, tomando la ecuación (B.6) y calculando la inversa de la matriz \mathbf{M} :

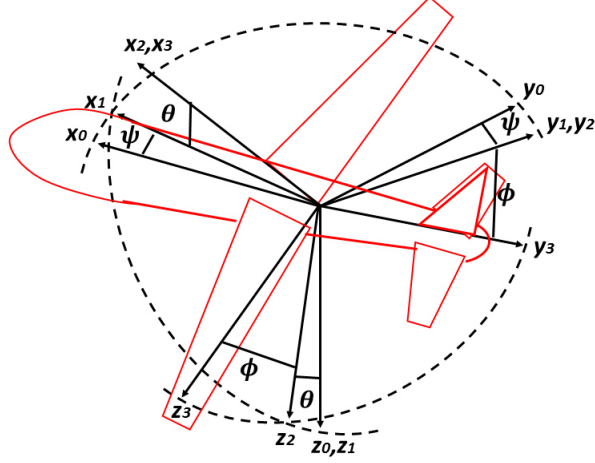


Fig. B.1: Ángulos de Euler como rotación alrededor de *alabeo*(ϕ), *cabeceo*(θ) y *guiñada*(ψ).

$$\begin{bmatrix} ox_0 \\ oy_0 \\ oz_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_E \\ V_E \\ W_E \end{bmatrix} = \mathbf{M}^{-1} \begin{bmatrix} ox_3 \\ oy_3 \\ oz_3 \end{bmatrix} = \mathbf{M}^{-1} \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix} \quad (\text{B.8})$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} U_E \\ V_E \\ W_E \end{bmatrix} &= \mathbf{M}^{-1} \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} c_\psi c_\theta & c_\psi s_\theta s_\phi - s_\psi c_\phi & c_\psi s_\theta c_\phi + s_\psi c_\phi \\ s_\psi c_\theta & s_\psi s_\theta s_\phi + c_\psi c_\phi & s_\psi s_\theta c_\phi - c_\psi s_\phi \\ -s_\theta & c_\theta s_\phi & c_\theta c_\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

donde al calcular la inversa de la matriz de cosenos directores, encontramos la matriz de rotación \mathbf{R} :

$$\mathbf{R} = \mathbf{M}^{-1} = \begin{bmatrix} c_\psi c_\theta & c_\psi s_\theta s_\phi - s_\psi c_\phi & c_\psi s_\theta c_\phi + s_\psi c_\phi \\ s_\psi c_\theta & s_\psi s_\theta s_\phi + c_\psi c_\phi & s_\psi s_\theta c_\phi - c_\psi s_\phi \\ -s_\theta & c_\theta s_\phi & c_\theta c_\phi \end{bmatrix} \quad (\text{B.10})$$

Anexo C

Fuerzas y Momentos de la Aeronave

La mecánica, es la rama de la física que se encarga de estudiar el movimiento de un objeto mediante una propiedad de la materia denominada masa, de esta manera, podemos describir el vuelo de una aeronave mediante un punto escalar en el espacio denominado “centro de gravedad” (cg), el cual suponemos concentra toda la masa del objeto mediante una propiedad llamada *inercia*, de esta manera, es posible representar el movimiento traslacional como el movimiento lineal del cg alrededor de un sistema de referencia y el movimiento rotacional como el giro de los ejes fijos del cuerpo \mathcal{B} de la aeronave alrededor del cg . Si consideramos un conjunto de muchas partículas, cada una con la propiedad inercial de masa, entonces es posible analizar el movimiento de un cuerpo (forma y volumen), en el cual existen velocidades y desplazamientos entre sus partículas.

Entonces el movimiento de una aeronave puede representarse respecto al movimiento traslacional de su centro de gravedad respecto a un sistema de coordenadas tridimensional (x, y, z) combinado con el movimiento rotacional sobre 3 ejes perpendiculares (alabeo, cabeceo y guiñada), es decir, el movimiento de una aeronave queda especificado mediante 6 grados libertad (Fig.C.1).

Ya sea que analicemos el centro de gravedad o el cuerpo de una aeronave, su movimiento queda descrito mediante su cantidad de movimiento o *momentum*, definido como $P = mv$. De esta manera, es posible dividir el análisis de un cuerpo en diferentes áreas de estudio. La *Cinemática* estudia el movimiento de los objetos sin considerar fuerzas o aceleraciones que produzcan cambios en la velocidad del cg o el cuerpo, y la *Dinámica* es el

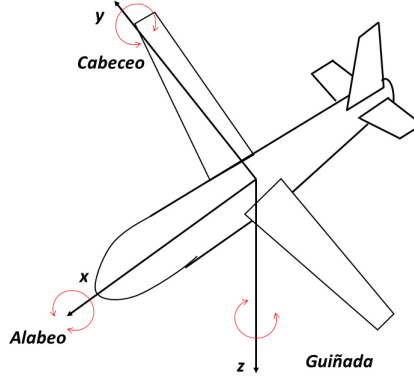


Fig. C.1: Ejes convencionales utilizados en la dinámica de aeronaves.

análisis del cambio de momento respecto al tiempo.

Dado que existen fuerzas que inducen un cambio en el momento, entonces existen variaciones en el estado del sistema, estas variaciones son consideradas como perturbaciones y deben ser contrarrestadas para retonar una aeronave a su posición de equilibrio. Esta característica es denominada *Estabilidad*, y describe la tendencia de una aeronave a regresar a una condición de vuelo recto y nivelado, o vuelo a velocidad constante (*Steady flight condition*) [15].

C.1 Ecuaciones de Cinemática

El movimiento de un objeto como función del tiempo puede describirse mediante su posición y su velocidad alrededor de un sistema de referencia. En nuestro caso consideraremos como referencia al sistema de coordenadas tangente a la superficie de la tierra (Fig. 2.1) formado por la base canónica de vectores i, j, k , al cual llamaremos “Marco de Referencia Inercial” con coordenadas en $\mathcal{I} = (x_{\mathcal{I}}, y_{\mathcal{I}}, z_{\mathcal{I}})$, en el cuál el origen se encuentra fijo en tierra.

Así mismo, podemos describir su orientación estableciendo un marco de referencia relativo a \mathcal{I} con origen en el centro de gravedad de la aeronave y coordenadas $\mathcal{B} = \{x_{\mathcal{B}}, y_{\mathcal{B}}, z_{\mathcal{B}}\}$ (Fig.C.2), entonces podemos describir el movimiento traslacional de la aeronave como el vector:

$$\mathbf{r}_{pos} = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_I \\ y_I \\ z_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_I \\ z_I \\ -h \end{bmatrix}$$

donde $h = -z_I$ es la altura de la aeronave sobre el nivel del suelo y se expresa con signo negativo de acuerdo a la regla de la mano derecha.

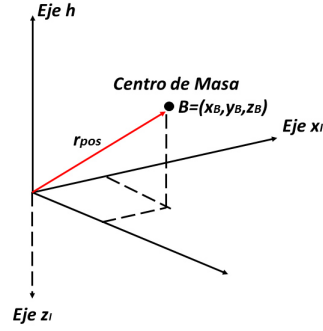


Fig. C.2: Ejes convencionales utilizados en la dinámica de aeronaves.

La magnitud del movimiento (Es decir la distancia del origen al centro de masa) puede calcularse por medio del modulo del vector \mathbf{r} :

$$|\mathbf{r}_{pos}| = \sqrt{\mathbf{x}_I^2 + \mathbf{y}_I^2 + \mathbf{z}_I^2} \quad (\text{C.1})$$

De igual manera, es posible conocer la velocidad instantanea expresada en el marco de referencia inercial como la derivada del vector posición respecto al tiempo:

$$\mathbf{v}_I = \dot{\mathbf{r}}_{pos} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dx_I/dt \\ dy_I/dt \\ dz_I/dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_I \\ \dot{y}_I \\ \dot{z}_I \end{bmatrix}$$

Similarmente, la magnitud de la velocidad es:

$$|\mathbf{v}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}$$

C.2 Posición Angular

El movimiento del vehículo aéreo alrededor del marco de referencia inercial se representa por medio del vector que inicia en el origen y termina en el cg de la aeronave; sin embargo, para obtener una descripción completa del movimiento es necesario tomar en cuenta la posición angular y la tasa de cambio del movimiento angular (Velocidad angular). Entonces se denotan las coordenadas de traslación del cuerpo referentes al marco de referencia \mathcal{I} cómo $\xi = (x_I, y_I, z_I)$ y la posición angular cómo $\eta = (\psi, \theta, \phi)$, donde estos 3 elementos ψ , θ y ϕ son conocidos como *ángulos de Euler*.

Ahora, refiriendonos al marco inercial donde $U_E = x_I$, $V_E = y_I$ y $W_E = z_I$, y expresando la matriz:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} c_\psi c_\theta & c_\psi s_\theta s_\phi - s_\psi c_\phi & c_\psi s_\theta c_\phi + s_\psi s_\phi \\ s_\psi c_\theta & s_\psi s_\theta s_\phi + c_\psi c_\phi & s_\psi s_\theta c_\phi - c_\psi s_\phi \\ -s_\theta & c_\theta s_\phi & c_\theta c_\phi \end{bmatrix} \quad (\text{C.2})$$

donde $\mathbf{R} : \mathcal{B} \rightarrow \mathcal{I}$ es una matriz ortogonal conocida como *Matriz de Rotación* y $W_E = -\dot{z}$ (ver Anexo B), entonces podemos expresar el cambio de posición en (x_I, y_I, z_I) cómo:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_I \\ \dot{y}_I \\ \dot{z}_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U c_\psi c_\theta & V(c_\psi s_\theta s_\phi - s_\psi c_\phi) & W(c_\psi s_\theta c_\phi + s_\psi s_\phi) \\ U s_\psi c_\theta & V(s_\psi s_\theta s_\phi + c_\psi c_\phi) & W(s_\psi s_\theta c_\phi - c_\psi s_\phi) \\ -U s_\theta & V c_\theta s_\phi & W c_\theta c_\phi \end{bmatrix} \quad (\text{C.3})$$

donde la ecuación (C.3) representa la *Ecuación de navegación* del vehículo aéreo.

C.3 Velocidad Angular

La tasa de cambio de las variables ϕ, θ y ψ es conocida como *velocidad angular* y se puede relacionar con la tasa de cambio angular producida sobre \mathcal{B} por medio de las variables p, q, r descritas en la tabla 2.1. Entonces las componentes de la velocidad angular se estiman considerando las rotaciones necesarias para llevar los ejes (x_3, y_3, z_3) a coincidir con los ejes (x_0, y_0, z_0) (Fig.B.1):

1. La velocidad de alabeo p se obtiene rotando alrededor del eje ox_3 a través del ángulo ϕ con velocidad angular $\dot{\phi}$:

$$p = \dot{\phi} - \dot{\psi}s_{\theta}$$

$$\begin{bmatrix} p \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s_{\phi} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (\text{C.4})$$

2. La velocidad de cabeceo q se obtiene rotando alrededor del eje oy_2 a través del ángulo θ con velocidad angular $\dot{\theta}$:

$$q = \dot{\theta}c_{\phi} + \dot{\psi}s_{\phi}c_{\theta}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ q \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{\phi} & s_{\phi}c_{\theta} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (\text{C.5})$$

3. La velocidad de guiñada r se obtiene rotando alrededor del eje oz_1 a través del ángulo ψ con velocidad angular $\dot{\psi}$:

$$r = \dot{\psi}c_{\phi}c_{\theta} - \dot{\theta}s_{\phi}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -s_{\phi} & c_{\phi}c_{\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (\text{C.6})$$

Expresando la suma de las ecuaciones (C.4),(C.5) y (C.6) entonces se tiene:

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s_{\phi} \\ 0 & c_{\phi} & s_{\phi}c_{\theta} \\ 0 & -s_{\phi} & c_{\phi}c_{\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (\text{C.7})$$

donde calculando la inversa de esta matriz:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & s_{\phi}t_{\theta} & c_{\phi}t_{\theta} \\ 0 & c_{\phi} & -s_{\phi} \\ 0 & s_{\phi}sec_{\theta} & c_{\phi}sec_{\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (\text{C.8})$$

La ecuación (C.8) es entonces conocida como *Ecuación de orientación* del vehículo aéreo. Así mismo, de la ecuación (C.7) se observa que si los

movimientos son pequeños, tal que (ϕ, θ, ψ) sean pequeños, entonces los cambios en la velocidad angular corresponden exactamente con los cambios en tasa de cambio angular:

$$\begin{aligned} p &= \dot{\phi} \\ q &= \dot{\theta} \\ r &= \dot{\psi} \end{aligned} \tag{C.9}$$

La derivación de las ecuaciones de movimiento requiere desarrollar la ecuaciones C.18 y C.19 utilizando las variables de perturbación mostradas en la Tabla 2.2.

Primeramente, se deben definir las componentes de la aceleración inercial resultado de la fuerza perturbada, entonces, considerando el movimiento de un elemento $P(x,y,z)$ perteneciente al cuerpo (no necesariamente un cuerpo rígido) con movimiento en el sistema coordenado $oxyz$ con origen en el cg mostrado en la figura (C.3):

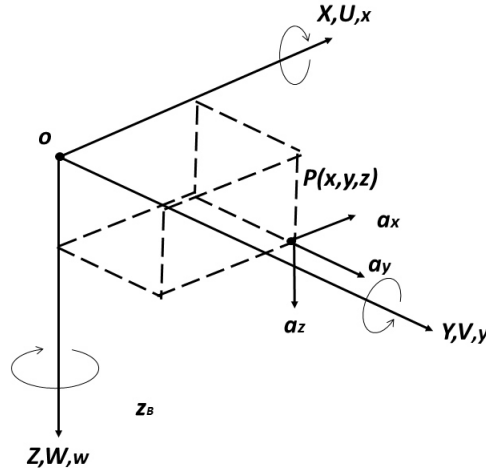


Fig. C.3: Movimiento del elemento $P(x,y,z)$ referido a \mathbf{B} .

Como resultado de la rotación de $P(x,y,z)$ alrededor de o , los componentes de la velocidad están formadas por un termino lineal y 2 terminos

rotacionales (los cuales representan las velocidades tangenciales) en la dirección del movimiento, por ejemplo, para la componente de velocidad U alrededor de los ejes y y z y con velocidades angulares q y r :

Entonces las componentes de la velocidad relativas del punto $P(x,y,z)$ en las direcciones (x,y,z) pueden expresarse cómo:

$$\begin{aligned} u &= \dot{x} - ry + qz \\ v &= \dot{y} - pz + rx \\ w &= \dot{z} - qx + py \end{aligned} \tag{C.10}$$

Las ecuaciones (C.10) representan las velocidad relativas del punto $P(x,y,z)$ para un cuerpo deformable; por lo tanto, si consideramos que la aeronave puede modelarse como un cuerpo rígido, entonces podemos asumir:

$$\dot{x} = \dot{y} = \dot{z} = 0 \tag{C.11}$$

Por lo tanto, las ecuaciones de la velocidad tangencial u,v,w de un cuerpo rígido son:

$$\begin{aligned} u &= -ry + qz \\ v &= -pz + rx \\ w &= -qx + py \end{aligned} \tag{C.12}$$

De la misma manera que las ecuaciones (C.10), podemos obtener las componentes de la aceleración relativa a_x alrededor de y y z .

$$\begin{aligned} a_x &= \dot{u} - rv + qw \\ a_y &= \dot{v} - pw + ru \\ a_z &= \dot{w} - qu + pv \end{aligned} \tag{C.13}$$

Superponiendo las componentes de la velocidad del $cg(U,V,W)$ con las componentes locales u,v,w de la velocidad de P , entonces podemos definir la velocidad inercial del cuerpo como:

$$\begin{aligned} u' &= U + u = U + qz - ry \\ v' &= V + v = V + rx - pz \\ w' &= W + w = W + py - qx \end{aligned} \tag{C.14}$$

Y para la aceleración inercial:

$$\begin{aligned}a'_x &= \dot{U}' + qw' - rv' \\a'_y &= \dot{V}' + ru' - pw' \\a'_z &= \dot{W}' + pv' - qu'\end{aligned}\tag{C.15}$$

Ahora, derivando (C.14) y asumiendo nuevamente (C.11), entonces:

$$\begin{aligned}\dot{u}' &= \dot{U} + \dot{q}z - \dot{r}y \\ \dot{v}' &= \dot{V} + \dot{r}x - \dot{p}z \\ \dot{w}' &= \dot{W} + \dot{p}y - \dot{q}x\end{aligned}\tag{C.16}$$

Entonces, combinando (C.14) y (C.16), y realizando un poco de álgebra después de sustituir en (C.15), encontramos las ecuaciones para las *Componentes de la Velocidad Inercial del punto P*:

$$\begin{aligned}a'_x &= \dot{U} - rV + qW - x(q^2 + r^2) + y(pq - \dot{r}) + z(pr + \dot{q}) \\ a'_y &= \dot{V} - pW + rU + x(pq + \dot{r}) - y(p^2 + r^2) + z(qr - \dot{p}) \\ a'_z &= \dot{W} - qU + pV + x(pr - \dot{q}) + y(qr + \dot{p}) - z(p^2 + q^2)\end{aligned}\tag{C.17}$$

C.4 Fuerzas y Momentos Generalizados

El modelado matemático de una aeronave es descrito por medio de sus variables traslacionales ξ y rotacionales η , las cuales constituyen los 6 grados de libertad del sistema dinámico. Para expresar las ecuaciones de movimiento utilizaremos la segunda Ley de Newton expresada en su forma lineal (Fuerzas):

$$F = ma\tag{C.18}$$

Así cómo expresada en su forma rotacional (Momentos):

$$\Gamma = Ia_{ang}\tag{C.19}$$

donde Γ es el momento o torque, I es el momento de inercia y a_{ang} es la aceleración angular.

Considerando un diferencial de masa δm y utilizando la *Segunda Ley de Newton* a las fuerzas expresadas en la Fig. 2.5 (fuerzas axiales y gravitacionales), entonces las componentes de las fuerzas generalizadas actuando sobre el *cg* de la aeronave serán $(\delta m a'_x, \delta m a'_y, \delta m a'_z)$, entonces:

$$\begin{aligned} X - mg \sin\theta &= \sum \delta m a'_x \\ Y + mg \sin\phi \cos\theta &= \sum \delta m a'_y \\ Z + mg \cos\phi \cos\theta &= \sum \delta m a'_z \end{aligned} \quad (C.20)$$

donde X representa la *Fuerza Axial*, Y representa la *Fuerza Lateral*, y Z representa la *Fuerza Normal*. Si sustituimos las componentes de la aceleración inercial (C.17) en (C.20), y considerando que el punto P coincide con *cg* (Es decir, $x = y = z = 0$), entonces podemos escribir las *Ecuaciones de Fuerza de un Cuerpo Rígido*:

$$\begin{aligned} X - mg \sin\theta &= m(\dot{U} - rV + qW) \\ Y + mg \sin\phi \cos\theta &= m(\dot{V} - pW + rU) \\ Z + mg \cos\phi \cos\theta &= m(\dot{W} - qU + pV) \end{aligned} \quad (C.21)$$

De la misma manera que las fuerzas generalizadas, vamos a considerar los momentos producidos por las fuerzas que actúan sobre un diferencial de masa δm en el punto $p(x, y, z)$.

De las ecuaciones de momento de Newton, y de los componentes aerodinámicos expresados en la Tabla 2.2 podemos entonces escribir[4]:

$$\begin{aligned} L &= \sum \delta m (y a'_z - z a'_y) \\ M &= \sum \delta m (z a'_x - x a'_z) \\ N &= \sum \delta m (x a'_y - y a'_x) \end{aligned} \quad (C.22)$$

En cada una de las ecuaciones anteriores, podemos sustituir las componentes de la aceleración inercial (C.17), por ejemplo, para el momento de alabeo L :

$$\begin{aligned} L &= \sum \delta m \{ y[\dot{W} - qU + pV + x(pr - \dot{q}) + y(qr + \dot{p}) - z(p^2 + q^2)] \\ &\quad - z[\dot{V} - pW + rU + x(pq + \dot{r}) - y(p^2 + r^2) + z(qr - \dot{p})] \} \end{aligned}$$

donde reacomodando términos:

$$\begin{aligned}
L = & \{\dot{p} \sum \delta m(y^2 + z^2) + qr \sum \delta m(y^2 - z^2) \\
& + (r^2 - q^2) \sum \delta m yz - (pq + \dot{r}) \sum \delta m xz \\
& + (pr - \dot{q}) \sum \delta m xy\}
\end{aligned} \tag{C.23}$$

Los simbolos bajo la sumatoria \sum tienen unidades de *Momentos de Inercia*, los cuales pueden encontrarse en la tabla (C.1), entonces:

$$\begin{aligned}
L = & I_x \dot{p} - (I_y - I_z)qr + I_{xy}(pr - \dot{q}) \\
& - I_{xz}(pq + \dot{r}) + I_{yz}(r^2 - q^2)
\end{aligned} \tag{C.24}$$

$I_x = \sum \delta m(y^2 + z^2)$	Momento de Inercia alrededor de ox
$I_y = \sum \delta m(x^2 + z^2)$	Momento de Inercia alrededor de oy
$I_z = \sum \delta m(x^2 + y^2)$	Momento de Inercia alrededor de oz
$I_{xy} = \sum \delta m xy$	Producto de Inercia alrededor de ox y oy
$I_{xz} = \sum \delta m xz$	Producto de Inercia alrededor de ox y oz
$I_{yz} = \sum \delta m yz$	Producto de Inercia alrededor de oy y oz

Tabla. C.1: Momentos de Inercia.

De manera similar, podemos encontrar M y N , siendo entonces las *Ecuaciones de Momentos Aerodinámicos* las siguientes:

$$\begin{aligned}
L = & I_x \dot{p} - (I_y - I_z)qr + I_{xy}(pr - \dot{q}) - I_{xz}(pq + \dot{r}) + I_{yz}(r^2 - q^2) \\
M = & I_y \dot{q} + (I_x - I_z)pr + I_{yz}(pq - \dot{r}) + I_{xz}(p^2 - r^2) - I_{xy}(qr + \dot{p}) \\
N = & I_z \dot{r} - (I_x - I_y)pq - I_{yz}(pr + \dot{q}) + I_{xz}(qr - \dot{p}) + I_{xy}(q^2 - p^2)
\end{aligned} \tag{C.25}$$

Los productos de inercia I_{xy} y I_{yz} pueden reducirse a cero si se considera una aeronave con simetria respecto al plano oxz y con masa uniformemente distribuida, por lo tanto, las ecuaciones (C.25) pueden simplificarse como sigue:

$$\begin{aligned}
L = & I_x \dot{p} - (I_y - I_z)qr - I_{xz}(pq + \dot{r}) \\
M = & I_y \dot{q} + (I_x - I_z)pr + I_{xz}(p^2 - r^2) \\
N = & I_z \dot{r} - (I_x - I_y)pq + I_{xz}(qr - \dot{p})
\end{aligned} \tag{C.26}$$

La ecuación (C.26) es conocida como la ecuación de *Momentos Generalizados Simplificados*

Anexo D

Código Para la Obtención de las Coordenadas Geodéticas

```
#include <string.h>
#include <ctype.h>
int rxPin = 0;           // rx Pin
int txPin = 1;           // tx Pin
int byteGPS=-1;          // Condición para lectura de Puerto Serie

char linea[300] = "";     // Array de variables char con 301 posiciones
char comandoGPG[7] = "$GPGGA"; // Array de variables char con 8 posiciones

int cont=0;
int conta=0;
int bien=0;              // Variable de control, comprueba que se este leyendo la cadena GPGGA
int indices[13];         // Vector de 14 posiciones que almacena posiciones de ", " y "*"

float time, lat, lon, dop, alt, geoid;
int sat, aux;
char fix, latD, lonD, altU, geoidU;

void setup()
{
    pinMode(rxPin, INPUT); // Inicializa rx Pin como entrada
    pinMode(txPin, OUTPUT); // Inicializa tx Pin como salida
    Serial.begin(9600);     // Define la velocidad de transmisi\on de datos

    for (int i=0 ; i<300 ; i++) // Ciclo FOR inicializa un buffer para datos recibidos
    {
        linea[i]=' ';        // Vector linea[i] en blanco para almacenar mensaje de navegaci\on
    }
}

void loop()
{
    byteGPS=Serial.read();
    if(byteGPS == -1)
    {
    }
    else
    {
        linea[conta] = byteGPS; // Si hay datos en el puerto serial, se almacenan en buffer
        conta++;                // conta almacena # de ejecuciones del ciclo hasta encontrar fin de transmisi\on.

        if (byteGPS==13)        // Si el byte recibido es = 13, fin de la transmisi\on, si no, vuelve a byteGPS=Serial.read();
        {
            cont=0;
            bien=0;

            for (int i=1;i<7;i++) // Verifica si el comando recibido inicia con $GPG
```

```

{
    if (linea[i]==comandoGPG[i-1])
    {
        // char comandoGPG[7] = "$GPGGA";
        bien++;
    }
} // Cierra for (int i=1;i<7;i++)

if(bien==6) // Si inicia con $GPGGA, empieza procesado de datos
{
    // Si no, resetea buffer y vuelve a byteGPS=Serial.read();

    for (int i=0;i<300;i++)
    {
        if (linea[i]==',') // Busca las posiciones de los separadores "," y "*"
        {
            // y los almacena en indices[13];
            indices[cont]=i;
            cont++;
        }
        if (linea[i]=='*')
        {
            indices[13]=i;
            cont++;
        }
    }
} // Cierra for(int i=0;i<300;i++)

// Aqui se guardan los valores de linea[i] en los buffers para ser convertidos a float
char timeBuffer[10];
timeBuffer[0]=linea[8];
timeBuffer[1]=linea[9];
timeBuffer[2]=linea[10];
timeBuffer[3]=linea[11];
timeBuffer[4]=linea[12];
timeBuffer[5]=linea[13];
timeBuffer[6]=linea[14];
timeBuffer[7]=linea[15];
timeBuffer[8]=linea[16];
timeBuffer[9]='\0';
time=atof(timeBuffer);

char latBuffer[11];
latBuffer[0]=linea[18];
latBuffer[1]=linea[19];
latBuffer[2]=linea[20];
latBuffer[3]=linea[21];
latBuffer[4]=linea[22];
latBuffer[5]=linea[23];
latBuffer[6]=linea[24];
latBuffer[7]=linea[25];
latBuffer[8]=linea[26];
latBuffer[9]=linea[27];
latBuffer[10]='\0';
lat=atof(latBuffer);
latD=linea[29];

char lonBuffer[12];
lonBuffer[0]=linea[31];
lonBuffer[1]=linea[32];
lonBuffer[2]=linea[33];
lonBuffer[3]=linea[34];
lonBuffer[4]=linea[35];
lonBuffer[5]=linea[36];
lonBuffer[6]=linea[37];
lonBuffer[7]=linea[38];
lonBuffer[8]=linea[39];
lonBuffer[9]=linea[40];
lonBuffer[10]=linea[41];
lonBuffer[11]='\0';
lon=atof(lonBuffer);
lonD=linea[43];

fix=linea[45];

char satBuffer[3];
satBuffer[0]=linea[47];
satBuffer[1]=linea[48];
satBuffer[2]='\0';
sat=atoi(satBuffer);

```

```

        char dopBuffer[5];
        dopBuffer[0]=linea[50];
        dopBuffer[1]=linea[51];
        dopBuffer[2]=linea[52];
        dopBuffer[3]=linea[53];
        dopBuffer[4]='\0';
        dop=atof(dopBuffer);

        char altBuffer[6];
        altBuffer[0]=linea[55];
        altBuffer[1]=linea[56];
        altBuffer[2]=linea[57];
        altBuffer[3]=linea[58];
        altBuffer[4]=linea[59];
        altBuffer[5]='\0';
        alt=atof(altBuffer);
        altU=linea[61];

        char geoidBuffer[6];
        geoidBuffer[0]=linea[63];
        geoidBuffer[1]=linea[64];
        geoidBuffer[2]=linea[65];
        geoidBuffer[3]=linea[66];
        geoidBuffer[4]=linea[67];
        geoidBuffer[5]='\0';
        geoid=atof(geoidBuffer);
        geoidU=linea[69];

for (int i=0;i<12;i++)
{
    switch(i)
    {
        case 0 :Serial.print("Time in UTC: ");break;
        case 1 :Serial.print("Latitude: ");break;
        case 2 :Serial.print("Dir. (N/S): ");break;
        case 3 :Serial.print("Longitude: ");break;
        case 4 :Serial.print("Dir. (E/W): ");break;
        case 5 :Serial.print("Fix(0,1,2): ");break;
        case 6 :Serial.print("Sat. in view: ");break;
        case 7 :Serial.print("HDOP: ");break;
        case 8 :Serial.print("Altitude: ");break;
        case 9 :Serial.print("Units: ");break;
        case 10 :Serial.print("Height of Geoid: ");break;
        case 11 :Serial.print("Units: ");break;
    }
}
//Cierra Switch
switch(i){
    case 0 : Serial.print(time);break;
    case 1 : Serial.print(lat,5);break;
    case 2 : Serial.print(latD);break;
    case 3 : Serial.print(lon,5);break;
    case 4 : Serial.print(lonD);break;
    case 5 : Serial.print(fix);break;
    case 6 : Serial.print(sat);break;
    case 7 : Serial.print(dop);break;
    case 8 : Serial.print(alt);break;
    case 9 : Serial.print(altU);break;
    case 10 : Serial.print(geoid);break;
    case 11 : Serial.print(geoidU);break;
}
// Cierra Switch
Serial.println("");
}
// Cierra for (int i=0;i<12;i++)
Serial.println("-----");
}
// Cierra if(bien==6)
conta=0; // Resetea el buffer
for (int i=0;i<300;i++)
{
    linea[i]=' ';
}
// Cierra for(int i=0;i<300;i++)

}
// Cierra if(byteGPS==13)
}
// Cierra else de "if (byteGPS==1)
}
// Cierra loop

```


Bibliography

- [1] A. Brezoescu, T. Espinoza, P. Castillo, and R. Lozano, “*Adaptive Trajectory Following for a Fixed-Wing UAV in Presence of Crosswind*”, Journal of Intelligent and Robotic Systems, Springer, 2013.
- [2] P. Castillo, R. Lozano, and A. Dzul, *Modelling and Control of Miniflying Machines*, Springer-Verlag, England (2005)
- [3] M. V. Cook, *Flight Dynamics Principles*, Butterworth-Heinemann, USA (2007)
- [4] B. Etkin, and L. Duff Reid, *Dynamics of Flight: Stability and Control*, John Wiley and Sons, USA (1996)
- [5] T. Espinoza, A. Dzul, R. Lozano and P. Parada, “*Backstepping - sliding mode controllers applied to a fixed-wing UAV*”, International Conference of Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), USA, 2013.
- [6] O. Garcia, P. Castillo, K.C. Wong, and R. Lozano, “*Attitude stabilization with real-time experiments of a tail-sitter aircraft in horizontal flight*”, Journal of Intelligent and Robotic Systems, Springer, Vol. 65, No. 1-4, pp. 123-136, January 2012.
- [7] Y.Kang, and K. Hedrick, “*Linear Tracking for a Fixed-Wing UAV using Nonlinear Model Predictive Control*”, IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 17, No. 5, 2009.
- [8] H. J. Kim, M. Kim, H. Lim, C. Park, S. Yoon, D. Lee, H. Choi, G. Oh, J. Park and Y. Kim, “*Fully Autonomous Vision-Based Net-Recovery Landing System for a Fixed-Wing UAV*”, IEEE/ASME Transactions on Mechatronics Vol.18, No. 4, 2013.
- [9] J G. Leishman, *Principles of Helicopter Aerodynamics*, Cambridge, University Press, USA (2006)

- [10] R. Lozano, *Unmanned Aerial Vehicles Embedded Control*, John Wiley-ISTE Ltd, USA (2010)
- [11] B.W. McCormick, *Aerodynamics of V/STOL Flight*, Dover Publications, USA (1998)
- [12] B.W. McCormick, *Aerodynamics, Aeronautics and Flight Mechanics*, John Wiley and Sons, USA (1995)
- [13] W.F. Phillips, *Mechanics of flight*, John Wiley and Sons, USA (2004)
- [14] D. P. Raymer, *Aircraft Design: A Conceptual Approach*, American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), AIAA Education Series, Second Edition, 1992.
- [15] R. F. Stengel, *Flight Dynamics*, Princeton University Press, USA (2004)
- [16] B. L. Stevens and F. L. Lewis, *Aircraft control and simulation*, John Wiley and Sons, USA (1992).
- [17] F. R. Triputra, B. R. Trilaksono, R. A. Sasongko, M. Dahsyat, “*Longitudinal Dynamics System Modeling of a Fixed-Wing UAV towards Autonomous Flight Control System Development - A case Study of BPPT Wulung UAV Platform -*”, International Conference on System Engineering and Technology, Indonesia, 2012.
- [18] Jan Roskam, *Methods for estimating stability and control derivatives of conventional subsonic airplanes*, University of Kansas, 2nd Print, USA, 1973.
- [19] H. Schlichting, E. Truckenbrodt, *Aerodynamics of the airplane*, McGraw-Hill, USA, 1979.
- [20] K. Ogata, *Modern Control Engineering*, Prentice Hall, Fifth Edition, USA, 2010.
- [21] Ch. T. Chen, *Analog and Digital Control Systems Design: Transfer Function, State-Space, and Algebraic Methods*, Oxford University Press, USA, 2006.
- [22] M. Drela, “*Flight Vehicle Aerodynamics*”, MIT Press Ltd, USA, 2014.
- [23] Anibal Isidoro Carmona, *Aerodinámica y actuaciones del avión*, Paraninfo, 10^a Edición, España, 2000.

- [24] Jay A. Farrel, *Aided Navigation GPS with High Rate Sensors*, McGraw-Hill, USA, 2008.
- [25] Elliott D. Kaplan, Christopher J. Hegarty *Understanding GPS: Principles and Applications*, Artech House, 2nd Edition, 2006.
- [26] V. Martínez Herrera, “*Navegación de un Vehículo Aéreo Híbrido*”, Centro de Investigación e Innovación en Ingeniería Aeronáutica, México, 2015.
- [27] F. Guerrero, V. Martinez, O. Garcia, A. Sanchez and E. S. Espinoza, “*Aerodynamic Analysis and Performance of a Mini Airplane UAV*”, International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), 2015.
- [28] William J. Pisano, Dale A. Lawrence, Scott E. Palo, “*Low Cost UAV Avionics for Autonomous Antenna Calibration*”, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2005.
- [29] Richard K. Barnhart, Stephen B. Hottman, Douglas M. Marshall, Eric Shappee, *Introduction to Unmanned Aircraft Systems*, CRC press, Taylor & Francis Group, 2012.
- [30] Jong-Hyuk Kim, Salah Sukkarieh, and Stuart Wishart, “*Real-Time Navigation, Guidance, and Control of a UAV Using Low-Cost Sensors*”, 2006.
- [31] James L. Crowley, Yves Demazeau, “*Principles and Techniques for Sensor Data Fusion*”, LIFIA (IMAG), 1993.
- [32] Reg Austin, *Unmanned Aircraft Systems: UAVS Design, Development and Deployment*, John Wiley & Sons Ltd., 2010.
- [33] Cary R. Spitzer, *The Avionics Handbook*, CRC Press, 2001.